

УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ

**ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД «ЧЕРКАСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ
ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ОСВІТИ ПЕДАГОГІЧНИХ
ПРАЦІВНИКІВ ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ»**

**МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ
ДО НАВЧАЛЬНОЇ ПРОГРАМИ КУРСУ ЗА
ВИБОРОМ «SMART-МАТЕМАТИКА:
ЗАДАЧІ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ», 10 КЛАС
ЧАСТИНА II**

Посібник для вчителя

**Черкаси
2025**

УДК 373.5.016:51+37.014.3

М 54

Рекомендовано до друку Вченою радою КНЗ «ЧОПОПП Черкаської обласної ради».
Протокол № 2 від 29.05.2025 року

АВТОР-УКЛАДАЧ:

Тищенко І.А., методист математики лабораторії природничо-математичних дисциплін комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Норкіна О.В., доцент кафедри дошкільної освіти та професійного розвитку педагогів, комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради», кандидат педагогічних наук;

Науменко І.М., заступник директора з навчально-виховної роботи, учитель математики Золотоніської гімназії ім. С. Д. Скляренка Золотоніської міської ради Черкаської області

М 54 Методичний інструментарій до навчальної програми курсу за вибором «SMART-математика: задачі, які працюють», 10 клас. Частина II. Посібник для вчителя / Бедусенко О.С., В'язовік А.М., Глушик О.Я., Гулінська Н.О., Дьяченко Л.А., Запісочна Т.В., Зобенько Л.В., Іванченко О.В., Кикоть Л.Г., Кузьменко Л.О., Кунчич О.М., Лесик О.К., Любімова Л.О., Мозгова В.В., Морозюк Л.П., Мотуз Л.І., Тищенко І.А., за заг. ред. І.А.Тищенко. Черкаси: ЧОПОПП, 2025. 225 с.

У посібнику представлений навчально-методичний матеріал, створений як методичний супровід до чотирьох модулів навчальної програми «SMART-математика: задачі, які працюють» вибіркового освітнього компоненту (курсу за вибором) для учнів 10 класу авторського колективу Тищенко І.А., В'язовік А.М., Бедусенко О.С.: «Ймовірність та ризики», «Математика в природничих науках», «Математика здоров'я» та «Математика в торгівлі та логістиці».

Розроблений методичний інструментарій включає: орієнтовне календарно-тематичне планування модуля, мотиваційні запитання, вправи та опис ситуацій до основних понять теми, теоретичну змістову частину, ілюстративні приклади з рисунками та готовими розв'язками, відеоуроки з тем (посилання + QR-коди), тренувальні вправи, приклади компетентнісних завдань, практичних задач (кейс-вправ, кейс-випадків, кейс-ситуацій) для розв'язування в групах та для самостійного опрацювання; можливі теми для учнівських проєктів з прикладами розробок; тестові завдання для формувального та підсумкового оцінювання (в тому числі з використанням цифрових ресурсів: Learningapps, Wordwall, Kahoot, На урок тощо), можливі теми практичних робіт із прикладами розробок, перелік корисних посилань до модуля.

Методичний посібник призначено для вчителів математики, які працюватимуть за новим Державним стандартом профільної середньої освіти Нової української школи і прагнуть урізноманітнити освітній процес, зробити його більш практико-орієнтованим, дослідницьким та наближеним до реального життя.

© КНЗ «ЧОПОПП Черкаської обласної ради», 2025

ЗМІСТ

Ірина ТИЩЕНКО, Алла В'ЯЗОВІК, Ольга БЕДУСЕНКО. НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА «SMART-МАТЕМАТИКА: ЗАДАЧІ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ» ВИБІРКОВОГО ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА (КУРСУ ЗА ВИБОРОМ), 10 КЛАС	4
Лариса КУЗЬМЕНКО, Лариса ЗОБЕНЬКО, Оксана ІВАНЧЕНКО, Лариса КИКОТЬ, Олена КУНЧИЧ. МОДУЛЬ 5. ЙМОВІРНІСТЬ ТА РИЗИКИ	41
Алла В'ЯЗОВІК, Олександр ГЛУЩИК, Наталія ГУЛІНСЬКА, Людмила ДЬЯЧЕНКО, Тетяна ЗАПІСОЧНА. МОДУЛЬ 6. МАТЕМАТИКА В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ	93
Ольга ЛЕСИК, Людмила ЛЮБІМОВА, Валентина МОЗГОВА. МОДУЛЬ 7. МАТЕМАТИКА ЗДОРОВ'Я	172
Лариса МОРОЗІЮК, Людмила МОТУЗ. МОДУЛЬ 8. МАТЕМАТИКА В ТОРГІВЛІ ТА ЛОГІСТИЦІ	197

SMART-МАТЕМАТИКА: ЗАДАЧІ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ
Навчальна програма вибіркового освітнього компонента (курсу за вибором). 10 клас

Розробники: **Ірина Анатоліївна ТИЩЕНКО**, методист математики лабораторії природничо-математичних дисциплін комунального навчального закладу «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»;

Алла Миколаївна В'ЯЗОВІК, учитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №21 ім. Ю.Г. Ілленка Черкаської міської ради Черкаської області;

Ольга Сергіївна БЕДУСЕНКО, учитель математики Лесяківського ліцею з початковою школою та гімназією Лесяківської сільської ради Черкаського району Черкаської області

ВСТУПНА ЧАСТИНА

Навчальна програма вибіркового освітнього компонента (курсу за вибором) **«SMART-математика: задачі, які працюють»** відповідає меті та завданням математичної освітньої галузі, спрямована на реалізацію ідей концепції Нової української школи та визначає орієнтовну послідовність досягнення зафіксованих у Державному стандарті профільної середньої освіти (Постанова Кабінету Міністрів України №851 від 25 липня 2024 року; далі - Державний стандарт) обов'язкових, загальних і конкретних освітніх результатів згідно з визначеними орієнтирами для оцінювання з математичної освітньої галузі.

У сучасному світі математика є ключовим інструментом для розв'язання прикладних проблем у різних галузях, таких як економіка, інформаційні технології, природничі науки, соціологія тощо. Курс «SMART-математика: задачі, які працюють» допомагає учням усвідомити практичну цінність математики, долати стереотипи про її абстрактність і складність, а також розвиває навички, необхідні для життя в інформаційному суспільстві. Програма курсу відповідає вимогам профільної освіти, акцентуючи на міжпредметних зв'язках і компетентнісному підході, та спрямована на формування в учнів 10 класу математичної компетентності, критичного мислення, аналітичних навичок та вміння використовувати математичні методи для розв'язування практичних задач, а також підготовці до свідомого вибору профілю навчання.

Мета курсу: розвинути в учнів уміння застосовувати математичні знання для розв'язання реальних життєвих задач, навички міждисциплінарного підходу, підготовки учнів до свідомого вибору професії та подальшого навчання; формувати логічне мислення, креативність, інтерес до математики через практичну діяльність та розуміння важливості математики в сучасному суспільстві.

Мета Програми узгоджується із завданнями математичної освітньої галузі, а саме:

- розвиток особистості здобувача освіти через формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв'язувати математичні та практичні задачі;

- розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості;
- здатність і готовність застосувати математику в особистому і суспільному житті для продовження навчання або фахової самореалізації;
- розвиток ключових компетентностей учнів (розвиток мислення, насамперед логічного, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, розумової активності, потреби в самоосвіті, здатність до адаптації, ініціативності, творчості, толерантного ставлення до інших, вміння працювати в команді тощо);
- сприяння формуванню наукового світогляду, загальнолюдських, національних, громадянських, сімейних та особистих цінностей;
- забезпечення опановування системою математичних компетентностей, необхідних у повсякденному житті й майбутній професійній діяльності, а також достатніх для вивчення інших дисциплін та продовження освіти;
- формування уявлень про ідеї та методи математики та її роль у пізнанні навколишнього світу.

Зазначена ціль узгоджується з метою профільної середньої освіти, її досягнення базуються на спільних для всіх освітніх галузей **ціннісних орієнтирах** (пункт 4 Державного стандарту), якими особистість учня/учениці визначається як найвища цінність.

Зміст Програми спрямований на реалізацію **компетентнісного потенціалу математичної освіти**, тобто на внесок у формування інших ключових компетентностей, який може зробити навчання математики.

Отже, під час опанування курсу за вибором мають активно розвиватися визначені в Державному стандарті ключові компетентності (додаток 7 до Державного стандарту), як от: вільне володіння державною мовою; здатність спілкуватися рідною (у разі відмінності від державної) та іноземними мовами; компетентності у галузі природничих наук, техніки і технологій; інноваційність; екологічна компетентність; інформаційно-комунікаційна компетентність; навчання впродовж життя; громадянські та соціальні компетентності; культурна компетентність; підприємливість і фінансова грамотність та формуватися провідна для математичної освітньої галузі **математична компетентність**.

Основні завдання курсу:

- Формувати в учнів уміння аналізувати життєві ситуації з використанням математичних методів.
- Розвивати навички моделювання реальних процесів за допомогою математичних інструментів.
- Сприяти розвитку логічного мислення, творчого підходу до розв'язання задач та роботи в команді.
- Підготувати учнів до практичного застосування математики в різних сферах життя (економіка, екологія, побут, технології тощо).
- Формувати вміння презентувати результати своєї роботи та аргументувати власні рішення.

Очікувані результати:

Учні зможуть навчитися бачити математику в реальному житті, розвинути навички критичного мислення та отримають досвід роботи над проектами.

У концепцію побудови змісту Програми та організації освітнього процесу з математики в закладах загальної середньої освіти покладено сучасні підходи до навчання – компетентнісний, діяльнісний, особистісно зорієнтований, диференційований, відповідно до яких кінцевим результатом навчання курсу за вибором є сформовані предметні та ключові компетентності учнів/учениць, їхні якості в особистому, соціальному, культурному і навчальному досвідах, пронизані ціннісними орієнтирами. Ними передбачено становлення вільної особистості

учнівства, підтримка їх самостійності, підприємливості та ініціативності, розвиток критичного мислення та впевненості в собі, а також, створення освітнього середовища, в якому буде забезпечено атмосферу довіри, без будь-яких форм дискримінації учасників (-иць) освітнього процесу, умови для співпраці, творчості та дотримання принципів академічної доброчесності у взаємодії в освітньому процесі та організації всіх видів навчальної діяльності.

Програмою передбачено використовувати в навчанні завдання, спрямовані на формування таких наскрізних умінь: читання з розумінням, висловлення власної думки усно і письмово, критичне і системне мислення, творче продукування нових ідей, логічне обґрунтування позиції, ініціативність, розв'язання проблем, ухвалення рішень, розуміння ризиків, співпраця з іншими.

У такий спосіб учень / учениця зможе:

- чітко і зрозуміло формулювати думки, аргументувати, ставити запитання і розпізнавати проблеми;
- формулювати висновки на основі даних, поданих в різних формах;
- правильно та доречно вживати математичну термінологію, грамотно висловлюватися; оперувати текстовими і числовими даними, геометричними об'єктами на площині та в просторі;
- обирати, створювати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ;
- робити висновки на основі міркувань та свідчень, обґрунтовувати рішення;
- оцінювати достовірність даних; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності;
- висловлювати власну думку, слухати і чути інших осіб, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів;
- генерувати нові ідеї, аналізувати, ухвалювати оптимальні рішення, розв'язувати життєві проблеми.

Наскрізнi лiнii та їх реалiзацiя

Формування таких ключових компетентностей, як громадянські та соціальні компетентності, навчання впродовж життя, інноваційність, підприємливість та фінансова грамотність, екологічна компетентність, має здійснюватися під час вивчення всіх навчальних предметів. Зважаючи на це, **передбачено виокремлення таких наскрізних ліній, як «Екологічна безпека й сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність».** Зазначені наскрізні лінії є соціально значущими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів / учениць уявлень про суспільство в цілому, розвивають здатність застосовувати отримані знання та вміння в реальних життєвих ситуаціях.

Ці наскрізні лінії є засобом інтеграції ключових і загальнопредметних компетентностей, навчальних предметів та предметних циклів; а тому їх потрібно враховувати під час вивчення курсу за вибором. Зміст та цілі наскрізних ліній враховуються при формуванні духовного, соціального й фізичного середовища навчання. Виходячи з наскрізних ліній, при вивченні курсу за вибором добираються відповідні трактування, приклади, фабули задач, реалізуються надпредметні, міжкласові та загальношкільні навчальні проєкти.

Проблематика наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток» реалізується в курсі за вибором насамперед через завдання з реальними даними про використання природних ресурсів, їх збереження та примноження. Під час розгляду цієї лінії важливе місце займають відсоткові обчислення, функції, елементи статистики.

Наскрізна лінія «Громадянська відповідальність» засвоюється переважно через колективну діяльність (дослідницькі роботи, робота в групах, навчальні проєкти тощо), яка поєднує математику з іншими навчальними предметами й розвиває в учнів / учениць готовність

до співпраці, толерантність щодо різноманітних способів діяльності та думок. Із цією наскрізною лінією пов'язані, наприклад, відсоткові розрахунки, елементи статистики, що дозволяють учням / ученицям зрозуміти значення кількісних показників при характеристиці суспільства та його розвитку.

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» в курсі за вибором реалізується через завдання з реальними даними про безпеку й охорону здоров'я (текстові задачі, відсоткові розрахунки, елементи статистики). Важливо під час вивчення основ математичної статистики звернути увагу на аналіз проблем, пов'язаних із ризиками для життя і здоров'я (наприклад, щодо тютюнопаління, перевищення швидкості як причини ДТП тощо).

Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» реалізується під час вивчення модулів Програми шляхом розв'язування практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, виконання банківських операцій та розгляду практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо).

Структура Програми

Програму подано в табличній формі, що містить чотири частини: кількість годин; очікувані результати навчання; пропонований зміст навчального предмета/інтегрованого курсу, необхідний для їх досягнення та відповідні види навчальної діяльності.

Очікувані результати навчання орієнтують на результати навчання, які є об'єктом контролю й оцінювання. Очікувані результати співвіднесені за допомогою індексів з обов'язковими результатами навчання, визначеними Державним стандартом профільної середньої освіти у Додатку 8.

Наведено рекомендовані форми організації освітнього процесу та пропоновані види навчальної діяльності, вибір яких учитель/учителька може здійснювати на свій розсуд залежно від рівня підготовленості класу, індивідуальних освітніх траєкторій учнів/учениць тощо.

Курс **«SMART-математика: задачі, які працюють»** складається із таких модулів:

- Вступ до прикладної математики (2 години).
- Математика в фінансах та економіці (6 годин).
- Геометрія навколо нас (6 годин).
- Статистика та аналіз даних (5 годин).
- Ймовірність і ризики (4 години).
- Математика в природничих науках (6 годин).
- Математика здоров'я (3 години).
- Математика в торгівлі та логістиці (3 години).

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Кількість годин	Очікувані результати навчання	Пропонований зміст навчального предмета / інтегрованого курсу	Пропоновані види навчальної діяльності
2 год	Модуль 1. Вступ до прикладної математики		
	Учень (учениця): • виокремлює в конкретній комплексній проблемній ситуації її складові частини, які	Що таке прикладна математика? Приклади простих прикладних задач із життя (розрахунок вартості покупок,	Знайомство з форматом курсу: проекти, експерименти, практичні роботи, групова робота; розв'язання кейс-вправ, кейс-випадків, кейс-ситуацій.

	можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-2] - самостійно або у співпраці з іншими будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичні засоби для побудови моделі [12 MAO 2.3.2-1] - самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1] - визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 MAO 4.1.1-1]	планування маршруту, аналіз статистичних даних). Математичне моделювання та роль інформаційних технологій Приклади використання в науці, техніці, економіці.	
6 год	Модуль 2. Математика в фінансах та економіці		
	Учень (учениця): - виокремлює в конкретній комплексній проблемній ситуації її складові частини, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-2] - оцінює достовірність даних [12 MAO 1.2.2-2]	Відсотки. Види задач на відсотки. Види відсоткових ставок. Простий відсоток. Поточна та майбутня вартість грошей. Постановка задачі на складний відсоток. Конверсійний період і відсоткова ставка. Основна формула складного відсотка. Порівняння зростання суми за простим і складним відсотком.	Фінансові квести: розв'язання задач на побудову особистого бюджету, розрахунок податків, знижок, відсотків. Банківські симуляції: моделювання банківських операцій — відкриття депозиту, оформлення кредиту, оцінка прибутковості. Економічні дуелі: командне порівняння варіантів інвестицій, тарифних планів, умов страхування. Кейс-гроші: аналіз реальних

	• добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1] • самостійно або у співпраці з іншими будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичні засоби для побудови моделі [12 МАО 2.3.2-1] • висловлюється математично грамотно, змістовно, точно, лаконічно, структурує власне мовлення [12 МАО 4.3.2-1]		кейсів із фінансової грамотності (розрахунок вигідної покупки, бюджетування подорожі). Математика на ринку: рольові ігри «банк», «покупець», «інвестор» з практичними розрахунками. Грошові діаграми: візуалізація витрат і доходів у Google Sheets / Excel. Тренінг «Фінансова самостійність»: створення персонального фінансового плану на місяць / рік.
6 год	Модуль 3. Геометрія навколо нас		

	Учень (учениця): • визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 MAO 4.1.1-1] • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1] • самостійно або у співпраці з іншими будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичні засоби для побудови моделі [12 MAO 2.3.2-1] • за потреби змінює модель або її компоненти відповідно до особливостей проблемної ситуації [12 MAO 2.3.3-1] • представляє результати самостійної роботи та / або у співпраці з іншими [12 MAO 2.4.1-1] • наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями, ураховує емоційний стан інших осіб [12 MAO 2.4.2-1] • визначає, яких даних недостатньо для розв'язання	Розрахунок матеріалів (фарба, плитка). Відстані, кути нахилу. Геометричні фігури в архітектурі, мистецтві, природі. Класифікація фігур. Просторові відношення (паралельність, перпендикулярність, перетин, симетрія на площини та у просторі); орієнтація в просторі. Обчислення площ, об'ємів реальних об'єктів: коробок, банок, кімнат. Масштаб і пропорції у планах, картах, моделях. Створення геометричних моделей будівель, меблів, інтер'єру.	Практична робота: проєкт ідеальної кімнати або садової ділянки. Проєкт ремонту кімнати. Побудова планів квартири, будинку. Створення схем, креслень із позначенням відношень; робота з 3D-планами будівель або кімнат. Вимірювання предметів у класі чи вдома. Розв'язування прикладних задач; практикум на вибір інструментів. Робота з планами квартир, мікрорайонів; створення мінімап; задачі на масштабування. 3D-моделювання в GeoGebra чи Tinkercad; макетування з паперу або LEGO. Захист проєктів, підготовка постерів або презентацій.
--	--	---	---

	проблемної ситуації [12 MAO 3.1.2-2] • планує дії та співпрацює у групі для розв'язання комплексних проблемних ситуацій [12 MAO 2.2.3-1] • визначає компоненти математичної моделі комплексної проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними [12 MAO 2.3.1-1]		
5 год	Модуль 4. Статистика та аналіз даних		
	Учень (учениця): • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1] • визначає можливості застосування відомих математичних фактів і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-1] • застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3] • оперує математичними об'єктами у процесі	Елементи статистики. Способи подання та обробки даних. Розмах, медіана, середнє арифметичне, мода вибірки. Середнє значення величини. Статистичні задачі практичного змісту.	Дані під мікроскопом: обчислення середнього, моди, медіани та розмаху на прикладах зі шкільного та повсякденного життя. Графічний конструктор: побудова кругових, стовпчикових діаграм і гістограм за зібраними або наданими даними. Опитування в дії: проведення мінісоцопитування серед однокласників, аналіз і представлення результатів. Аналітичний штурм: групова робота над кейсами — вибір оптимального варіанту на основі статистичних показників. Google-аналітика: створення таблиць і діаграм у Google Sheets / Excel з автоматичними обчисленнями та візуалізацією. Мінідослідження: виконання короткого проекту на основі власного збору, аналізу й презентації даних

	розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 4.2.2-1] - перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] - оцінює достовірність даних [12 MAO 1.2.2-2] - самостійно та у співпраці з іншими добирає доцільні математичні поняття, факти і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-2]		
4 год	Модуль 5. Ймовірність і ризику		
	Учень (учениця): - визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 MAO 4.1.1-1] - застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3] - інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1] - добирає дані, потрібні для розв'язання	Поняття випадкової події Види подій (несумісні, незалежні). Класичне означення ймовірності. Повторюваність подій. Статистична ймовірність. Побудова таблиці частот, діаграм Поняття ризику: коли ймовірність важлива (медицина, економіка, транспорт). Визначення прийнятного ризику. Як приймати рішення в умовах невизначеності. Оцінка ризиків у фінансах, здоров'ї, поведінці	Ігрова ймовірність: розв'язання задач на випадковій події, моделювання підкидання монет, гральних кубиків, витягування карток. Ризикові рішення: аналіз життєвих ситуацій із ризиком (страхування, погодні умови, транспорт), оцінка ймовірностей. Ймовірнісні симуляції: проведення експериментів із випадковими подіями та порівняння теоретичних і практичних результатів. Кейс-фортуна: розбір реальних історій (лотереї, прогнози, страхові випадки) з математичним підґрунтям. Математика шансів: побудова дерева подій, таблиць можливих результатів,

	проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • визначає межі даних у комплексних проблемних ситуаціях [12 MAO 1.2.3-2] • використовує різні форми подання математичних об'єктів [12 MAO 4.2.2-2] • самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1] • пропонує шляхи досягнення результатів розв'язання проблемної ситуації, передбачає можливі ризики [12 MAO 1.3.2-1]		обчислення складених ймовірностей. Обирай з розумом: гра-сценарій «Зроби вибір»: кілька варіантів подій з різними ризиками і вигодами — вибір оптимального
6 год	Модуль 6. Математика в природничих науках		
	Учень/учениця • вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-1] • розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 MAO 2.1.1-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням	Математика у фізиці. Кінематика і динаміка: <i>рух, швидкість, прискорення</i>. Коливання та хвилі. Математика у хімії. Розчини та концентрації (масова частка речовини в розчині). Математика у біології. Генетика та ймовірність. Математика у географії та картографії Кліматичні моделі. Геодезія та картографія. Прогнозування природних катастроф	Побудова графіків руху, графіків коливальних, аналіз фізичних процесів. Використання сервісів: GeoGebra, Desmos, PhET; ігрових платформ: Wordwall. Kahoot. Quizizz. Аналіз хімічних залежностей, побудова графіків змін концентрацій, розв'язування практичних задач, експериментальні дослідження Використання сервісів: PhET, Wolfram Alpha; ігрової платформи: ChemCaper. Аналіз популяційних змін, побудова графіків і таблиць, проєктна діяльність. Використання електронних додатків: BioNumbers,

	інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] • прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми представлення їх [12 MAO 1.3.1-1] • наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями, ураховує емоційний стан інших осіб [12 MAO 2.4.2-1] • представляє результати самостійної роботи та/або у співпраці з іншими [12 MAO 2.4.1-1] • пропонує шляхи досягнення результатів розв'язання проблемної ситуації, передбачає можливі ризики [12 MAO 1.3.2-1] • самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1] • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • застосовує визначену послідовність дій для		GoogleSheets, Excel для аналізу даних та ігрового додатка: SimBiology. Візуалізація кліматичних змін за певний проміжок часу в певній місцевості, прогнозування тенденцій, побудова графіків. Знаходження відстаней за допомогою координат. Використання електронних сервісів: NASA Earth Observations, ArcGIS, OpenStreetMap, Vkursi Zemli, матеріали Всеукраїнського гідрометеоцентру (УкрГМЦ)? Climate Simulation. Виготовлення лепбука «Кліматичні зміни в регіоні»
--	--	--	--

	розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-3]		
3 год	Модуль 7. Математика здоров'я		
	Учень (учениця): • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1] • прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми представлення їх [12 МАО 1.3.1-1] • застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-3] • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3-2] • використовує різні форми подання математичних об'єктів [12 МАО 4.2.2-2]	Індекс маси тіла. Медична статистика. Калорійність і енергетичний баланс	Виконання обчислень індексу маси тіла (ІМТ) для різних значень маси та зросту. Розв'язування задач на визначення добової калорійності раціону залежно від віку, статі, рівня фізичної активності. Використання таблиць харчової цінності продуктів для складання меню на день/тиждень з оптимальним БЖВ (білки, жири, вуглеводи). Аналіз складу харчових продуктів за даними етикеток (вміст цукру, жирів, солі тощо) з подальшими розрахунками у відсотках. Побудова діаграм калорійного навантаження (порівняння сніданку, обіду, вечері за енергетичною цінністю). Розв'язування задач на дозування медичних препаратів (обчислення дози на основі маси тіла, пропорцій). Моделювання життєвих ситуацій, пов'язаних зі здоров'ям (оцінка фізичного стану, планування фізичного навантаження). Застосування Google Sheets або калькуляторів здоров'я для візуалізації даних і виконання розрахунків.
3 год	Модуль 8. Математика в торгівлі та логістиці		
	Учень/учениця	Основи торгівельних розрахунків.	Розв'язування практичних задач , пов'язаних з торговими

	• досліджує комплексну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1-1] • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2-1] • оцінює достовірність даних [12 МАО 1.2.2-2] • подає дані і зв'язки між ними в різних формах [12 МАО 1.2.2-3] • планує дії та співпрацює у групі для розв'язання комплексних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.3-1] • відображає результати розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема із використанням інформаційних технологій [12 МАО 2.4.1-2] • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1]	Націнка, знижка, податок (ПДВ), прибуток. Валова та чиста ціна товару. Облік витрат і доходу. Математика в логістиці. Оптимізація маршрутів (за часом, відстанню, витратами). Визначення обсягу постачання (залежно від транспорту, товару, природних і погодних умов). Складування та контроль залишків. Статистичні дані в торгівлі. Побудова і читання діаграм. Середні величини, мода, медіана. Прогнозування продажів.	операціями (наприклад, обчислення кінцевої вартості товару з ПДВ та знижкою). Проектна робота: скласти логістичну схему постачання товарів у магазин із врахуванням маршрутів і вартості доставки або товару в магазини. Групова робота: аналіз діаграм продажів і побудова висновків на основі статистичних даних. Використання електронних таблиць для моделювання торговельних операцій (облік витрат, автоматичне обчислення цін). Економічна гра «Споживчий кошик «Борщ». Бізнес-гра: симуляція «мікробізнесу» — учні розраховують витрати, формують ціну товару, аналізують прибутковість. Дискусія: чому логістичні помилки призводять до збитків у реальному бізнесі? Мініпроект «Вплив міжнародної торгівлі на споживчі ціни в магазинах». Мініпроект «Скільки коштує доставити товар?». Мініпроект «Власний мінімагазин: ціна, прибуток, логістика». Використання інструментів та цифрових технологій: Trello (сервіс для роботи над проектами), Excel або Google Sheets (для обчислень). Побудова моделей та графіків
--	---	--	---

ПРИКІНЦЕВА ЧАСТИНА

Особливості організації освітнього процесу під час вивчення курсу за вибором.

Опанування змісту навчання за Програмою розраховано на 35 годин на рік (1 година на тиждень).

Основною формою організації освітнього процесу є урок.

Освітній процес організовується в безпечному освітньому середовищі та здійснюється з урахуванням вікових особливостей, фізичного, психічного та інтелектуального розвитку здобувачів освіти, їхніх особливих освітніх потреб.

Програмою передбачено, що навчання буде ефективним, якщо освітній процес ґрунтується на засадах компетентнісного, діяльнісного, особистісно зорієнтованого, інтегрованого та аксіологічного підходів.

Необхідною умовою набуття десятикласниками компетентностей є діяльнісний підхід до навчання, який передбачає включення учнівства до різних видів педагогічно доцільної навчально-пізнавальної діяльності, засвоєння не лише формально-логічних, а й операційних знань, оволодіння способами міркувань, які застосовуються в математиці. Увагу потрібно приділяти практичним, дослідницьким та проєктним роботам різного виду, розв'язуванню компетентнісних задач.

Курс за вибором **«SMART-математика: задачі, які працюють»** має пронизувати розв'язування задач практичного змісту, основними функціями яких є ілюстрація застосування математичних знань, розвиток логічного, критичного мислення.

Рекомендовано **розширювати коло прикладних задач, приділяти увагу завданням на конструювання і моделювання**. Варто пропонувати учням й ученицям не тільки розв'язувати тренувальні вправи, але й виконувати завдання на розширене відтворення уявних або реальних ситуацій за умовами сюжетних задач, **застосовувати різні види моделювання прикладних задач (вербальне, схематичне, табличне, графічне, символічне)**. Успішна реалізація прикладної спрямованості передбачає, щоб зміст навчання враховував етапи застосування математики на практиці (формалізацію, розв'язування задачі в межах побудованої моделі, інтерпретацію отриманого результату).

Оскільки навчання в профільній освіті побудоване на компетентнісному підході, то важливими є проблемні та дослідницькі методи викладання, розв'язання завдань, які потребують аналізу, порівняння, критичного оцінювання, логічних умовиводів.

Особливий акцент робиться на практико-орієнтоване навчання, що охоплює проєктні та дослідницькі методи, дозволяючи учнівству застосовувати теоретичні знання в реальних життєвих ситуаціях. Здобувачі освіти виконуватимуть проєкти, проводитимуть дослідження, працюватимуть у групах, захищатимуть свої ідеї. Навчання має бути наближеним до реальної професійної діяльності відповідно до профілю.

Комп'ютеризація та інформатизація

Використання комп'ютерної техніки, зокрема мобільних пристроїв, на уроках курсу за вибором має забезпечити формування в учнів / учениць:

- алгоритмічного стилю мислення;
- уміння виокремлювати із загального обсягу роботи суто технічну складову та оптимізувати її виконання;
- ставлення до комп'ютеризації та інформатизації як до необхідного інструменту пізнання світу та діяльності людини;
- комп'ютерної грамотності;
- навичок пошуку, оцінювання, відбору та фільтрування інформації;
- зацікавленості в якомога ширшому застосуванні комп'ютерних технологій у своїй діяльності;
- уміння організовувати спільну роботу з використанням сучасних комп'ютерних засобів, зокрема в умовах дистанційного навчання.

Оцінювання навчальних досягнень учнів/учениць

Навчальні досягнення учнів підлягають формувальному та підсумковому оцінюванню за рішенням педагогічної ради закладу загальної середньої освіти.

Формувальне оцінювання (оцінювання для навчання або оцінювання «в процесі») спрямоване на відстеження динаміки навчального поступу здобувачів освіти, визначення їхніх навчальних (освітніх) потреб і скерування освітнього процесу на підвищення ефективності навчання з урахуванням виявлених результатів навчання.

Підсумкове оцінювання здійснюють за групами результатів навчання, що передбачені Державним стандартом.

Формувальне оцінювання має на меті:

- вибудовувати індивідуальну освітню траєкторію здобувачів освіти;
- відстежувати навчальний прогрес учня / учениці;
- вчасно виявляти проблеми та вживати заходів для коригування індивідуальної освітньої траєкторії та методів навчання відповідно до індивідуальних потреб дитини;
- формувати в учня / учениці впевненість у власних силах, мотивацію на досягнення та зацікавленість у навчанні.

Підсумкове оцінювання має на меті установити відповідність очікуваних і реальних результатів навчання.

Орієнтирами та критеріями оцінювання є очікувані результати навчання, визначені в другій частині цього документа.

За вибором академічного ліцею оцінювання може здійснюватися за власною шкалою оцінювання результатів навчання здобувачів освіти або за системою оцінювання, визначеною законодавством.

У разі запровадження академічним ліцеєм власної шкали оцінювання результатів навчання здобувачів освіти ним мають бути визначені правила переведення цієї шкали до системи оцінювання, визначеної законодавством.

Методичні рекомендації щодо реалізації модулів Програми

Модуль 1. Вступ до прикладної математики (2 години)

Розділ розрахований на ознайомлення учнів із сутністю прикладної математики, її роллю у сучасному світі, основними поняттями та прикладами застосування математичних методів для розв'язання задач із різних сфер діяльності. Протягом двох уроків учні отримують уявлення про те, як математика використовується для моделювання реальних процесів, формування практичних навичок і розвитку логічного мислення.

Структура пропонованого змісту

Урок 1. Що таке прикладна математика?

- Визначення прикладної математики: це галузь математики, спрямована на застосування математичних методів і моделей для розв'язання задач, що виникають у науці, техніці, економіці, біології, соціології та інших сферах.
- Відмінність між теоретичною та прикладною математикою.
- Прикладна задача: задача, що виникла поза межами математики, але розв'язується математичними засобами.
- Значення прикладної математики у повсякденному житті та професійній діяльності: підвищення економічної грамотності, розвиток навичок аналізу, прийняття рішень, оптимізації процесів.
- Приклади простих прикладних задач із життя (розрахунок вартості покупок, планування маршруту, аналіз статистичних даних).

- Класифікація прикладних задач за змістом (конкретні, абстрактні, міжпредметні, історичні, тематичні) та за дидактичною метою (тренувальні, творчі, дослідницькі, контрольні).

Урок 2. Математичне моделювання та роль інформаційних технологій

- Поняття математичної моделі: спрощене відображення реального об'єкта або процесу за допомогою математичних засобів.

- *Етапи розв'язування прикладної задачі:*

- ★ Формулювання задачі

- ★ Побудова математичної моделі

- ★ Аналіз моделі та отримання результатів

- ★ Інтерпретація результатів у контексті реальної задачі

- Види математичних моделей: текстові, графічні, задачі-малюнки.

- Роль інформаційних і комп'ютерних технологій у прикладній математиці: автоматизація обчислень, моделювання складних процесів, аналіз великих обсягів даних.

- Практична значущість прикладної математики: розв'язування повсякденних і професійних задач, розвиток умінь працювати з інформацією, формування компетентностей для сучасного ринку праці.

- Ознайомлення з прикладами математичного моделювання у різних сферах (економіка, екологія, техніка, біологія).

Роль прикладної математики в житті учнів розкривається через такі основні підходи:

- Зв'язок із реальним життям. Учням важливо показати, що математика — це не лише абстрактна наука, а й інструмент для розв'язування реальних життєвих задач. На уроках рекомендовано розглянути приклади застосування математики у побуті, економіці, техніці, природничих науках, що допомагає учням усвідомити її значення для повсякденного життя та майбутньої професійної діяльності.

- Формування практичних навичок.

- Учні вчать будувати математичні моделі для опису реальних процесів і явищ, аналізувати отримані результати та застосовувати їх для прийняття рішень у практичних ситуаціях. Це сприяє розвитку вмінь самостійно шукати рішення, планувати власну діяльність, використовувати інформаційні технології для обробки даних.

- Мотивація до навчання. Завдяки прикладній спрямованості уроків формується стійка мотивація до вивчення математики: учні бачать, як математичні знання допомагають розв'язувати конкретні проблеми, що виникають у їхньому житті. Це підвищує інтерес до предмета, стимулює пізнавальну активність і розкриває потенціал для майбутнього саморозвитку.

- Міжпредметні зв'язки. На уроках підкреслюється, що математика є основою для вивчення інших дисциплін — фізики, хімії, інформатики, географії, економіки. Це допомагає учням краще розуміти, як знання з різних галузей інтегруються для розв'язування складних задач.

- Формування компетентностей. Через розв'язування прикладних задач учні опановують навички, необхідні для успішної адаптації у сучасному суспільстві: критичне мислення, аналітичний підхід, уміння працювати з інформацією, приймати обґрунтовані рішення.

Таким чином, роль прикладної математики в житті учнів розкривається через практичну цінність математичних знань, формування життєвих і професійних компетентностей, мотивацію до навчання та міжпредметні зв'язки, що забезпечує цілісне сприйняття математики як важливого інструмента для пізнання й перетворення світу.

Пропоновані види навчальної діяльності

Розв'язування прикладних задач, які допоможуть учням зрозуміти роль математики у реальних ситуаціях. Вони мають бути пов'язані з повсякденним життям, знайомими явищами та практичними потребами.

Пропонуємо кілька типових прикладів таких задач:

- *Фінансові розрахунки.* Задачі на обчислення вартості покупок, визначення знижок, підрахунок здачі, планування бюджету сім'ї. Наприклад: «Скільки грошей залишиться після покупки двох товарів із різними знижками?».
- *Планування часу та маршрутів.* Задачі на розрахунок часу подорожі, оптимізацію маршрутів, планування розкладу занять чи поїздки. Наприклад: «Яким маршрутом швидше дістатися до школи, якщо врахувати час очікування транспорту?».
- *Побутові вимірювання та оцінки.* Задачі на визначення площі кімнати для купівлі лінолеуму, розрахунок кількості фарби для фарбування стін, обчислення об'єму води у басейні тощо.
- *Задачі з елементами оптимізації.* Наприклад: «Відомо, що вартість експлуатації мікроавтобуса залежить від швидкості руху. З якою швидкістю слід їхати, щоб витрати були мінімальними?».
- *Практичне застосування геометрії.* Задачі на вимірювання висоти дерева за допомогою тіні, визначення відстані до недоступного об'єкта, розрахунок матеріалів для ремонту.
- *Вимірювання та перевірка точності.* Задачі, у яких потрібно оцінити правильність або точність практичного способу вимірювання, наприклад, перевірити, чи коректно визначено площу ділянки нестандартної форми.
- *Пояснення явищ із життя.* Наприклад: «Чому мотоцикл із коляскою стоїть стійко, а без неї – ні?» або «Як формула різниці квадратів допомагає при наближеному діленні?».

Такі задачі не лише демонструють практичну цінність математики, а й розвивають в учнів навички критичного мислення, аналізу, планування, економічної грамотності та підготовки до реальних життєвих і професійних ситуацій.

Розглянемо **кілька кейс-ситуацій**, які демонструють використання математики в науці, техніці та економіці:

1. Наука: Вивчення руху планет і розрахунок відстаней у космосі.

Учні отримують завдання розрахувати відстань між Землею і Місяцем або іншими планетами, використовуючи формули руху по орбіті, а також обчислити тривалість затемнення Сонця чи Місяця. Для цього застосовують геометричні та алгебраїчні методи, а також поняття кутів і радіанів.

Мета: показати, як математика допомагає зрозуміти космічні явища та рух небесних тіл.

2. Техніка: Проектування міцної конструкції.

Учням пропонується розробити модель моста або будівлі, де потрібно врахувати навантаження, міцність матеріалів і розподіл сил. Вони застосовують розрахунки щільності, сили тяжіння, а також використовують елементи тригонометрії та алгебри для визначення оптимальних розмірів і форм.

Мета: показати роль математики в інженерії та безпеці технічних споруд.

3. Економіка: Планування сімейного бюджету та відсоткові розрахунки.

Учні розглядають ситуацію планування витрат і доходів сім'ї, розраховують відсотки за кредитом або депозитом, визначають, скільки грошей можна заощадити за певний період. Використовують поняття відсотків, пропорцій, а також навички роботи з таблицями та діаграмами.

Мета: Пояснити, як математика допомагає приймати фінансово обґрунтовані рішення в повсякденному житті.

Ці кейси демонструють, що математика — це інструмент для розв'язання реальних задач у різних сферах: від дослідження космосу до побудови інженерних споруд і управління фінансами. Вони сприяють розвитку логічного мислення, умінню аналізувати інформацію та приймати рішення на основі математичних моделей.

Приклад кейс-ситуації «Планування сімейного бюджету»

Ситуація

Сім'я з трьох осіб (батько, мати, дитина-школяр) отримує щомісячний дохід у розмірі 25 000 грн. Батько працює на основній роботі, мати має підробіток, дитина отримує стипендію. Родина хоче розпланувати свій бюджет на наступний місяць, щоб покрити всі необхідні витрати, відкласти гроші на заощадження та запланувати невеликі розваги.

Завдання для учнів

1. *Скласти таблицю доходів сім'ї:*
 - ☐ зарплата батька: 15 000 грн;
 - ☐ зарплата матері (підробіток): 7 000 грн;
 - ☐ стипендія дитини: 3 000 грн
 - ☐ Загальний дохід: ?
2. *Записати основні категорії витрат і приблизні суми:*
 - ☐ продукти харчування — 7 000 грн;
 - ☐ комунальні послуги — 3 000 грн;
 - ☐ транспорт — 1 000 грн;
 - ☐ одяг — 1 500 грн;
 - ☐ навчання та книги — 1 000 грн;
 - ☐ розваги та відпочинок — 1 500 грн;
 - ☐ медичні витрати — 500 грн;
 - ☐ інші витрати — 1 000 грн.
3. Порахувати загальну суму витрат і визначити різницю між доходами та витратами.
4. Запропонувати, скільки грошей можна відкласти на заощадження (не менше 10% від доходу).
5. Обговорити, які витрати можна оптимізувати, якщо сім'я хоче збільшити заощадження.
6. Побудувати діаграму (у вигляді секторної або стовпчикової) для візуалізації розподілу витрат.
7. Написати короткий висновок (2-3 речення) про важливість планування сімейного бюджету і як це допоможе сім'ї досягти фінансової стабільності.

Можливий хід виконання

- Учні складають таблицю доходів і витрат, підсумовують суми.
- Визначають, що загальний дохід становить 25 000 грн, а витрати — 16 500 грн.
- Різниця: $25\,000 - 16\,500 = 8\,500$ грн — це потенційна сума для заощаджень і непередбачених витрат.
- Визначають мінімум 10% від доходу (2 500 грн) для заощаджень.
- Обговорюють, що можна зменшити витрати на розваги або одяг, щоб збільшити заощадження.
- Створюють діаграму для наочного представлення бюджету.
- Пишуть висновок про важливість контролю доходів і витрат для досягнення фінансової мети.

Цей кейс допоможе учням зрозуміти, як математика використовується для планування реальних фінансів, розвивати навички аналізу, обчислень і прийняття зважених рішень у повсякденному житті.

Очікувані результати після проходження розділу

- Учні розуміють, що таке прикладна математика та її місце серед інших наук.
- Вміють відрізнити прикладні задачі від практичних.
- Знають основні етапи розв'язування прикладних задач та побудови математичних моделей.
- Усвідомлюють роль інформаційних технологій у сучасній прикладній математиці.
- Мають мотивацію до подальшого вивчення математики через її практичну значущість.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Використання математики у повсякденному житті. Команда Суперпроф. Блог. URL: <https://surl.li/qxefpk>
2. Сафонюк С.О. Використання прикладних задач при викладанні математики. URL: <https://surl.li/rnlldt>
3. Деркач Г.І. Застосування прикладних задач у вивченні шкільного курсу математики, інтеграція з іншими предметами та застосування в реальному житті. URL: <https://surl.li/kmrfyx>
4. Ковтун Г.О. Компетентнісна задача «Сімейний бюджет». URL: <https://surl.li/tjqwvt>
5. Деркач Г.І. Математика серед нас.. URL: <https://naurok.com.ua/matematika-sered-nas-401522.html>
6. Огляд 10 класу з математики. Гра «бухгалтер». URL: <https://learning.ua/blog/202002/ohliad-10-klasu-z-matematyky/>
7. Баляс І.М. Прикладні задачі в шкільному курсі математики. URL: <https://surli.cc/eshlcu>
8. Практичне заняття «Як планувати і витратити родинний бюджет» Громадянська освіта 10 клас. URL: <https://surl.li/scxeti>
9. Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії / Бурда М.І., Васильєва Д.В., Вашуленко О.П., Волошена В.В., Тарасенкова Н.А. Методичний посібник. URL: <https://surl.li/ifkgzx>
10. Ярема М.Р. Прикладні задачі в шкільній математиці. URL: <https://surli.cc/recvrl>
11. Федорова В. О. Презентація до уроку «Бюджет родини».. URL: <https://surl.li/qerwrn>
12. Фінансова грамотність. 10 (11) клас. Письменний. § 6. Складання та ведення сімейного бюджету. URL: <https://surl.lu/jxawrj>

Модуль 2. Математика в фінансах та економіці (6 годин).

Вивчення фінансових розрахунків, відсотків, бюджетування та економічного аналізу.

Розділ розрахований на формування в учнів практичних навичок застосування математичних знань у сфері повсякденних фінансів та економічної діяльності. Протягом шести уроків учні отримують навички розрахунків знижок, податків, відсотків та простих елементів бюджетування.

Учні ознайомляться з математичними моделями, які використовуються у фінансових розрахунках, навчаться застосовувати формули для розв'язання практичних задач, зрозуміють важливість часу та відсоткових ставок у фінансових рішеннях. Розділ формує базові навички для подальшого вивчення економіки та фінансів, а також для особистого фінансового планування.

Розділ сприяє формуванню критичного мислення, економічної грамотності та розуміння ролі математики у фінансових рішеннях.

Структура пропонованого змісту

Урок 1. Відсотки. Задачі на відсоткові відношення. Знаходження частини, цілого, приросту, зменшення

Поглиблення поняття відсотків: застосування відсотків для опису частин, приросту та зменшення величин.

Основні типи задач на відсоткові відношення:

- Знаходження частини від цілого.
- Знаходження цілого за його частиною у відсотках.
- Обчислення приросту у відсотках.
- Обчислення зменшення у відсотках.
- Порівняння змін величин у відсотковому вираженні.

Застосування відсотків у повсякденних ситуаціях: знижки, націнки, податки, зміни цін та об'ємів.

Урок 2. Види відсоткових ставок: річна, місячна, ефективна. Поняття «ставка на період»

Поглиблення знань про відсоткові ставки та їх застосування в реальних фінансових ситуаціях.

❖ *Основні види відсоткових ставок:*

- Річна відсоткова ставка: використовується для обчислення доходів/витрат за рік.
- Місячна відсоткова ставка: застосовується для коротших періодів, наприклад, кредитів чи депозитів на місяць.
- Ефективна відсоткова ставка: враховує складний відсоток і показує реальний прибуток або витрати за рік.

❖ *Поняття «ставка на період»:*

- Визначення ставки, що відповідає конкретному проміжку часу (місяць, квартал, півріччя тощо).
- Перетворення річної ставки у ставку на період і навпаки.

Застосування у фінансовій діяльності: банківські кредити, депозити, інвестиції.

Урок 3. Простий відсоток. Формула. Поточна та майбутня вартість грошей

Вступ до поняття простого відсотка: визначення, принцип нарахування, сфери використання.

❖ *Формула простого відсотка:*

- Обчислення нарахованих відсотків: $I = P \times r \times t$
- Обчислення майбутньої вартості: $FV = P \times (1 + r \times t)$
- Обчислення теперішньої вартості: $P = FV \div (1 + r \times t)$

❖ *Основні типи задач:*

- Обчислення суми відсотків за простою ставкою.
- Визначення майбутньої вартості грошей.
- Знаходження початкової суми (поточної вартості).
- Розрахунок часу або ставки при заданих умовах.

❖ *Поняття вартості грошей у часі:*

- Гроші мають різну цінність у різні моменти часу.
- Простий відсоток дозволяє оцінити зміну вартості грошей без врахування капіталізації.

Сфери застосування: короткострокові кредити, облігації, депозити.

Урок 4. Складний відсоток. Постановка задачі. Формула. Порівняння з простим відсотком

Вступ до поняття складного відсотка: нарахування відсотків не лише на початкову суму, а й на вже нараховані відсотки.

- Визначення складного відсотка: відсотки нараховуються не лише на основну суму, а й на попередньо нараховані відсотки (капіталізація).
- Формула складного відсотка:

де A — початкова сума, P — ставка за період, n — кількість періодів.

$$B = A \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n,$$

- Постановка та аналіз задач на складний відсоток: депозити, інвестиції, кредити з капіталізацією.

Сфери застосування: довгострокові банківські продукти, інвестиційні розрахунки, фінансова аналітика.

Урок 5. Конверсійний період. Ефективна ставка. Побудова моделі нарахування

Розширення знань про складні відсотки та реальні фінансові показники доходності.

- Пояснення поняття конверсійного періоду (періодичність нарахування відсотків): рік, місяць, квартал.
- Відмінності між річною, місячною, квартальною ставками; перерахунок ставки відповідно до конверсійного періоду.
- Основна формула складного відсотка для різних періодів нарахування.
- Приклади: як знайти еквівалентну місячну ставку для заданої річної.

Застосування: вибір вигідних банківських продуктів, фінансове планування, аналітика інвестицій.

Урок 6. Порівняння зростання суми за простим і складним відсотком. Прийняття рішень

Аналіз різниці в нарахуванні простих і складних відсотків та вплив виду відсоткової ставки на результат.

- Порівняльний аналіз: як змінюється сума грошей при простому і складному нарахуванні відсотків.
- Графічна і числова ілюстрація різниці у зростанні капіталу за однакових умов (сума, ставка, термін).
- Висновки щодо вигідності складного відсотка при довгострокових інвестиціях.

Застосування: інвестиції, депозити, кредити, оцінка довгострокових фінансових наслідків.

Пропоновані види навчальної діяльності

Під час вивчення даного модуля учні розв'язують **різноманітні практичні задачі**, що мають безпосереднє застосування у фінансах, економіці та повсякденному житті. *Основні типи таких задач:*

- Знаходження відсотка від числа. Наприклад: «Знайти, скільки гривень становить 20% від 350 грн» або «Яка маса жиру міститься у 38 кг молока, якщо вміст жиру — 20%?».
- Знаходження числа за його відсотком. Наприклад: «Знайти число, якщо 5% від нього дорівнює 30» або «Яка була початкова ціна товару, якщо після підвищення на 20% вона стала 168 грн?».
- Обчислення, який відсоток одне число становить від іншого. Наприклад: «Який відсоток становить 6,4 кг міді від маси сплаву 20 кг?».
- Задачі на зміну ціни, знижки, націнки. Наприклад: «Ціна товару збільшилася на 20%. Якою стала нова ціна, якщо початкова була 140 грн?» або «Товар подешевшав на 15%. Якою стала його ціна?».
- Банківські задачі: депозити, кредити, відсотки за вкладами. Наприклад: «Вкладник поклав до банку 30 000 грн під 19% річних. Яка сума буде на рахунок через два роки?» або «Яку суму поклав вкладник, якщо через два роки на рахунок стало 36 300 грн при ставці 10% річних?».
- Задачі на податки та бюджет. Наприклад: «Яку суму податку сплатить громадянин, якщо його дохід становить 20 000 грн, а ставка податку — 18%?».
- Задачі на аналіз і порівняння. Наприклад: «Порівняти вигідність різних банківських пропозицій за різними відсотковими ставками» або «Побудувати графік зростання суми вкладу при простих і складних відсотках».

Додатково під час уроків учні:

- Переводять відсотки у десяткові дробі і навпаки.
- Виконують вправи на обчислення відсоткових відношень між різними величинами.
- Розв'язують задачі з реального життя: розрахунок сімейного бюджету, визначення вартості покупок зі знижками, розрахунок податків, аналіз банківських продуктів.

Практична спрямованість задач дозволяє учням:

- Формувати фінансову грамотність.
- Моделювати реальні економічні ситуації.
- Використовувати математичні знання для прийняття особистих фінансових рішень.

Фінансові квести: розв'язання задач на побудову особистого бюджету, розрахунок податків, знижок, відсотків.

Банківські симуляції: моделювання банківських операцій — відкриття депозиту, оформлення кредиту, оцінка прибутковості.

Економічні дуелі: командне порівняння варіантів інвестицій, тарифних планів, умов страхування.

Кейс-гроші: аналіз реальних кейсів із фінансової грамотності (розрахунок вигідної покупки, бюджетування подорожі).

Математика на ринку: рольові ігри «банк», «покупець», «інвестор» з практичними розрахунками.

Грошові діаграми: візуалізація витрат і доходів у Google Sheets / Excel. **Тренінг «Фінансова самостійність»:** створення персонального фінансового плану на місяць/рік.

Очікувані результати після проходження модуля:

- Учні вміють обчислювати відсотки, податки, знижки, націнки та користуватися цими поняттями у повсякденному житті.
- Застосовують математичні методи до аналізу та порівняння банківських продуктів.
- Складують та аналізують прості фінансові плани і бюджети з урахуванням доходів, витрат та заощаджень.
- Використовують таблиці, графіки та діаграми для візуалізації та обґрунтування фінансових рішень.
- Формують критичне ставлення до рекламних пропозицій, економічно обґрунтовано приймають рішення.
- Усвідомлюють значення фінансової грамотності для особистого та сімейного добробуту.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Простий і складний відсоток. URL: <https://surl.li/axlccr>
2. Майбутня та поточна вартість фінансових інструментів. URL: <https://studfile.net/preview/5193703/page:15/>
3. Складні відсотки. Приклади обрахунку складних відсотків. URL: <https://surl.li/kzokmh>
4. Відсотки. Основні поняття та базові задачі. URL: <https://surl.li/crjpij>
5. Конспект уроку «Розв'язування задач на відсотки». URL: <https://surli.cc/htitox>
6. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум: навчальний посібник. URL: <https://surl.li/umhxtq>

Модуль 3. Геометрія навколо нас (6 годин)

Застосування геометричних принципів в архітектурі, дизайні та повсякденному житті.

Цей розділ спрямований на формування в учнів просторової уяви, умінь застосовувати геометрію у реальному житті, а також розвиває творче мислення і практичні навички, що

важливі для подальшого навчання і професійної діяльності. Використовуються інтерактивні методи, групова робота, створення ментальних карт і проєктів для кращого засвоєння матеріалу.

Структура пропонованого змісту

Урок 1. Вступ до геометрії в реальному житті

- Геометричні фігури в архітектурі, мистецтві, природі.
- Класифікація фігур за формою та властивостями.

Учні досліджують приклади геометричних фігур у навколишньому світі:

❖ Архітектурні споруди, де використовуються різні фігури (прямокутники, квадрати, ромби, кола, шестикутники тощо).

❖ Мистецькі твори, наприклад, використання «золотого перетину» або фігур у живописі (як-от квадрати Малевича).

❖ Природні об'єкти, наприклад, пелюстки квітів, кільця дерев, структури бджолиних сот, які мають геометричні форми.

Вивчаються основні класифікації геометричних фігур за кількістю сторін, кутів, симетрією. Учні вчаться розпізнавати і класифікувати фігури у навколишньому середовищі за їхніми властивостями.

Урок 2. Відстані та кути нахилу

- Визначення і вимірювання відстаней.
- Обчислення кутів нахилу в реальних об'єктах.

Розглядаються методи вимірювання та обчислення відстаней і кутів нахилу в реальних об'єктах і просторах, що важливо для будівництва, архітектури та дизайну.

Урок 3. Просторові відношення і орієнтація в просторі

- Паралельність, перпендикулярність, перетин.
- Орієнтація об'єктів у просторі, практичні вправи.

Розглядаються поняття паралельних і перпендикулярних прямих, їх властивості, а також способи визначення орієнтації об'єктів у просторі. Учні виконують практичні завдання з пошуку паралельних і перпендикулярних ліній у класі чи навколо себе.

Урок 4. Обчислення площ і об'ємів реальних об'єктів

- Площа поверхонь (стіни, підлоги).
- Об'єм коробок, банок, кімнат.

Учні застосовують формули площі і об'єму для розрахунку розмірів і місткості реальних предметів, що мають форму геометричних тіл (прямокутних паралелепіпедів, циліндрів, кубів тощо). Це допомагає зрозуміти практичне застосування геометрії у повсякденному житті.

Урок 5. Розрахунок матеріалів (фарба, плитка)

- Застосування площі для визначення кількості матеріалів.
- Практичні задачі з розрахунку фарби, плитки.

Учні вчаться застосовувати геометричні формули для обчислення площ поверхонь, що потребують фарбування або облицювання плиткою. Це включає розрахунок площ стін, підлог, фасадів, а також визначення кількості матеріалів, необхідних для покриття цих поверхонь.

Урок 6. Масштаб, пропорції та створення геометричних моделей

- Масштаб і пропорції у планах, картах, моделях.
- Моделювання будівель, меблів, інтер'єру за допомогою геометричних фігур.

Вивчаються поняття масштабу та пропорцій, що використовуються для створення планів, карт, моделей будівель та інших об'єктів. Учні навчаються переводити реальні розміри у масштабовані зображення і навпаки.

Практична робота з моделювання об'єктів навколишнього середовища за допомогою геометричних фігур і тіл. Учні можуть створювати макети будівель, меблів, інтер'єрних елементів, застосовуючи знання про форми, пропорції і просторові відношення.

Пропоновані види навчальної діяльності

- **Практична робота:** проєкт ідеальної кімнати або садової ділянки.
- **Проект** ремонту кімнати.
- **Побудова планів** квартири, будинку.
- **Створення схем, креслень** із позначенням відношень; **робота з 3D-планами** будівель або кімнат.
- **Вимірювання предметів** у класі чи вдома.
- **Розв'язування** прикладних задач; **практикум** на вибір інструментів.
- **Робота з планами** квартир, мікрорайонів; створення мінімап; задачі на масштабування.
- **3D-моделювання** в GeoGebra чи Tinkercad; макетування з паперу або LEGO.
- **Захист проєктів**, підготовка постерів або презентацій.

Очікувані результати після проходження розділу:

- Учні розпізнають та класифікують геометричні фігури у навколишньому середовищі, зокрема в архітектурі, мистецтві та природі.
- Визначають відстані та кути нахилу реальних об'єктів, застосовуючи відповідні геометричні методи та формули.
- Визначають просторові відношення між об'єктами (паралельність, перпендикулярність, перетин) та орієнтуються у тривимірному просторі.
- Обчислюють площі поверхонь і об'єми тіл (коробок, банок, кімнат) для розв'язування практичних задач.
- Розраховують необхідну кількість матеріалів (фарби, плитки) для оздоблення поверхонь на основі геометричних розрахунків.
- Застосовують поняття масштабу і пропорцій у створенні планів, карт та моделей, розуміють їх практичне значення.
- Створюють прості геометричні моделі будівель, меблів та інтер'єру, використовуючи знання про форми, пропорції та просторові відношення.
- Розвивають просторову уяву, логічне мислення та практичні навички, необхідні для подальшого навчання та повсякденного життя.

Ці результати сприятимуть формуванню в учнів цілісного уявлення про застосування геометрії у реальному світі та підвищать їхню мотивацію до вивчення математики.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Голич А.В. Геометрія навколо нас. Блог вчителя математики НВК «Гармонія» м. Ужгород. URL: <https://teacherslifesite.wordpress.com/>
2. Яцентюк Г.М. Презентація «Геометрія навколо нас». Черкаська область, Лисянський район, с. Шубині Стави. URL: <https://surl.li/kzdbmq>
3. Матеріал на конкурс «Геометрія навколо нас–2020». URL: <https://surl.li/vlexmv>
4. Юрчук М. В. Презентація «Геометрія навколо нас». URL: <https://surl.li/nunckl>

Модуль 4. Статистика та аналіз даних (5 годин): освоєння методів збору, обробки та інтерпретації даних для прийняття обґрунтованих рішень.

Розділ спрямований на формування в учнів навичок збору, систематизації, обробки й інтерпретації даних у прикладному контексті. Учні навчаються будувати та читати діаграми, обчислювати основні статистичні характеристики та застосовувати результати аналізу для обґрунтованих рішень у повсякденному житті.

Структура пропонованого змісту:

Урок 1. Елементи статистики: ознайомлення з поняттям статистики як науки, що вивчає методи отримання, опрацювання та аналізу даних, які характеризують масові явища.

- Поняття вибірки, змінної, варіаційного ряду.
- Обчислення середнього, моди, медіани, розмаху.

- Інтерпретація значень у контексті задач.

Урок 2. Способи подання та обробки даних: вивчення різних форм подання статистичних даних, зокрема таблиць, гістограм, полігонів частот; розуміння вибіркової сукупності, статистичних рядів, частоти та відносної частоти.

- Створення стовпчикових, кругових, лінійних діаграм.
- Аналіз та порівняння даних за діаграмами.
- Робота з даними у Google Sheets / Excel.

Урок 3. Основні статистичні характеристики вибірки: навчання обчисленню та інтерпретації розмаху, медіани, середнього арифметичного та моди вибірки.

Робота з реальними статистичними даними

- Пошук і опрацювання відкритих статистичних джерел (держстат, освітні платформи).
- Аналіз прикладних ситуацій (результати опитувань, дані про здоров'я, екологію).
- Побудова висновків на основі аналізу.

Урок 4. Середнє значення величини: розгляд поняття середнього значення як міри центральної тенденції, його обчислення та застосування.

Урок 5. Статистичні задачі практичного змісту: розв'язання задач, що передбачають застосування статистичних методів для аналізу реальних даних, зокрема за допомогою табличних процесорів (наприклад, MS Excel), включно з обчисленням статистичних характеристик та побудовою графіків.

Пропоновані види навчальної діяльності

Дані під мікроскопом: обчислення середнього, моди, медіани та розмаху на прикладах зі шкільного та повсякденного життя.

Графічний конструктор: побудова кругових, стовпчикових діаграм і гістограм за зібраними або наданими даними.

Опитування в дії: проведення мінісоцопитування серед однокласників, аналіз і представлення результатів.

Контроль і самооцінка

- Розв'язання задач на описову статистику.
- Аналіз готових діаграм і помилок у них.
- Самооцінка навчальних досягнень через чек-лист.

Аналітичний штурм: групова робота над кейсами — вибір оптимального варіанту на основі статистичних показників.

Google-аналітика: створення таблиць і діаграм у Google Sheets/Excel з автоматичними обчисленнями та візуалізацією.

Мінідослідження: виконання короткого проєкту на основі власного збору, аналізу й презентації даних.

Мініпроєкт «Опитування та висновки»:

- Проведення учнями опитування на обрану тему.
- Опрацювання результатів у таблиці, побудова графіків.
- Презентація статистичного висновку у класі.

Організація навчання:

- Використання комп'ютерних програм для статистичного аналізу даних, що допомагає учням на практиці опрацьовувати статистичні ряди та візуалізувати результати.
- Практичні роботи з введенням даних, обчисленням показників (середнє, мода, медіана, розмах) та аналізом отриманих результатів.

Очікувані результати навчання

Після завершення вивчення розділу учні:

- ☐ Розуміють основні поняття статистики і статистичного аналізу даних.

- Вміють збирати, систематизувати та подати статистичні дані у вигляді таблиць і графіків.
- Обчислюють основні статистичні характеристики вибірки: розмах, медіану, середнє арифметичне, моду.
- Аналізують отримані статистичні показники та роблять висновки про досліджувані явища.
- Використовують електронні таблиці (наприклад, MS Excel) для обробки даних і розв'язування практичних статистичних задач.
- Застосовують статистичні дані до практичних ситуацій з життя.
- Використовують цифрові інструменти для візуалізації та аналізу даних.
- Розвивають уміння працювати з інформацією, аргументовано презентувати результати досліджень.
- Розвивають логічне мислення, увагу, вміння узагальнювати інформацію та робити обґрунтовані висновки.
- Виявляють інтерес до застосування статистичних методів у різних сферах практики (економіка, соціологія, екологія тощо).

Таким чином, розділ формує в учнів базові навички статистичного аналізу, необхідні для подальшого вивчення математики, інформатики та суміжних дисциплін.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Аналіз рядів даних. Відео. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=lADWdhq3hzU>
2. 10 кращих програм та інструментів для статистики у 2022 році. URL: <https://surl.li/wwidan>
3. ОГЛЯД ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ДАНИХ. Платформа «Ефективна економіка». URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5676>
4. Програмні засоби для аналізу даних і фінансових розрахунків. URL: <https://surl.li/smuzwg>
5. Урок з теми «Статистичні дані. Способи подання даних. Частота. Середнє значення». URL: <https://surli.cc/bhpezp>
6. Урок з теми «Основи статистичного аналізу даних», 10 клас. URL: <https://surl.li/mqxcmn>.

Модуль 5. Ймовірність і ризики (4 години): розуміння ймовірнісних моделей та їх використання в оцінці ризиків.

Розділ спрямований на формування в учнів базового розуміння ймовірності як міри можливості події, навичок використання ймовірнісних моделей для оцінювання ризиків у повсякденному житті. Учні навчаються аналізувати ситуації з випадковими подіями, моделювати та розв'язувати задачі з використанням основ ймовірнісного мислення.

Структура пропонованого змісту:

Урок 1. Вступ до ймовірності та випадкові події

- Поняття випадкової події
- Види подій: несумісні та незалежні
- Класичне означення ймовірності
- Приклади та вправи на застосування класичного означення

Поняття випадкової події. Випадкова подія — це подія, яка може відбутися або не відбутися за однакових умов випробування. Види подій включають несумісні (не можуть статися одночасно) та незалежні (настання однієї не впливає на іншу).

Класичне означення ймовірності. Ймовірність випадкової події A визначається як відношення кількості сприятливих елементарних подій m до загальної кількості рівноможливих елементарних подій n .

Ймовірність варіюється від 0 (неможлива подія) до 1 (вірогідна подія).

Урок 2. Статистична ймовірність і повторюваність подій

- Повторюваність подій.
- Статистична ймовірність як межа відносної частоти.

- Збір і аналіз статистичних даних.
- Побудова таблиць частот та діаграм.

Повторюваність подій і статистична ймовірність. При багаторазовому повторенні випробувань ймовірність події можна оцінити як межу відносної частоти появи події при $n \rightarrow \infty$, де m — кількість появ події у n випробуваннях.

$$P(S) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$$

Побудова таблиці частот і діаграм. Учні навчаються збирати статистичні дані, будувати таблиці частот та графічно відображати їх у вигляді діаграм для візуалізації ймовірностей подій.

Урок 3. Поняття ризику та його значення

- ☐ Визначення ризику та його роль у медицині, економіці, транспорті.
- ☐ Види ризиків і приклади з життя.
- ☐ Визначення прийняттого ризику.
- ☐ Обговорення прикладів прийняття рішень з урахуванням ризику.

Поняття ризику. Ризик — це ймовірність настання небажаної події, що має негативні наслідки. Ймовірність ризику важлива у таких сферах, як медицина (наприклад, ризик захворювання), економіка (ризик інвестицій), транспорт (ризик аварій).

Визначення прийняттого ризику. Учні розглядають, як визначають межі прийняттого ризику залежно від контексту, балансу між вигодою та потенційними втратами.

Урок 4. Прийняття рішень в умовах невизначеності та оцінка ризиків

- ☐ Методи прийняття рішень при невизначеності
- ☐ Оцінка ризиків у фінансах, здоров'ї, поведінці
- ☐ Практичні завдання на аналіз ризиків
- ☐ Підсумок та повторення ключових понять розділу

Прийняття рішень в умовах невизначеності. Вивчаються методи оцінки ризиків та прийняття обґрунтованих рішень, коли точна інформація відсутня.

Оцінка ризиків у фінансах, здоров'ї, поведінці. Аналізуються приклади ризиків у різних сферах життя, зокрема фінансових вкладень, здоров'я людини та соціальної поведінки.

Такий розподіл дозволяє поступово розвивати знання учнів від базових понять ймовірності до практичного застосування оцінки ризиків у різних сферах життя

Пропоновані види навчальної діяльності

Ігрова ймовірність: розв'язання задач на випадкові події, моделювання підкидання монет, гральних кубиків, витягування карток.

Ризикові рішення: аналіз життєвих ситуацій із ризиком (страхування, погодні умови, транспорт), оцінка ймовірностей.

Ймовірнісні симуляції: проведення експериментів із випадковими подіями та порівняння теоретичних і практичних результатів.

Кейс-фортуна: розбір реальних історій (лотереї, прогнози, страхові випадки) з математичним підґрунтям.

Математика шансів: побудова дерева подій, таблиць можливих результатів, обчислення складених ймовірностей.

Обирай з розумом: гра-сценарій «Зроби вибір»: кілька варіантів подій з різними ризиками і вигодами — вибір оптимального.

Очікувані результати навчання

Після вивчення модуля учні:

- ☐ Розуміють і пояснюють поняття випадкової події та її види (несумісні, незалежні).
- ☐ Вміють застосовувати класичне та статистичне означення ймовірності для розв'язання задач.
- ☐ Володіють навичками побудови таблиць частот і діаграм для аналізу ймовірностей.

- Усвідомлюють значення ймовірності у контексті ризиків у різних сферах (медицина, економіка, транспорт).
- Вміють визначати прийнятний рівень ризику та приймати рішення в умовах невизначеності.
- Оцінюють ризики у повсякденному житті, зокрема у фінансових і здоров'язбережувальних ситуаціях.

Таким чином, розділ формує в учнів як базові математичні знання з теорії ймовірностей, так і практичні навички аналізу ризиків для прийняття обґрунтованих рішень.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Ймовірність випадкової події та її властивості. Класичне означення ймовірності. Відео. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=kptnQROzKU8&t=3s>
2. Класичне визначення ймовірності. Платформа «Мій Клас». URL: <https://surl.li/kknvsz>
3. Поняття випадкової події та її ймовірності. Означення ймовірності події. Розв'язування сюжетних задач на обчислення ймовірностей. URL: <https://surl.li/mkysrk>
4. Вергелес В.В. Презентація з теми: «Випадкова подія. Класичне означення ймовірності». URL: <https://surl.li/kafbfy>
5. Презентація «Теорія ймовірності». URL: <https://surli.cc/obkzuv>
6. Теорія ймовірностей та математична статистика. Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей. Основні теореми теорії ймовірностей. / Железнякова Е. Ю., Лебедева І. Л., Лебедев С. С. Харків, 2024. URL: <http://ebooks.git-elt.hneu.edu.ua/tvms/index.html>

Модуль 6. Математика в природничих науках (6 годин): застосування математичних методів у фізиці, біології та екології.

Цей розділ створений з метою показати взаємозв'язки між математичними знаннями та явищами, що вивчаються у фізиці, хімії, біології, географії, кліматичних науках.

У межах розділу учні вивчають, як математичні поняття — такі як **графіки, пропорції, середні значення, ймовірності, рівняння, відсотки** — використовуються для опису, аналізу й прогнозування природних процесів. Цей міжпредметний підхід сприяє не лише поглибленню знань з математики, а й формуванню **компетентностей, необхідних у ХХІ столітті**, зокрема:

- аналітичного мислення,
- уміння працювати з даними,
- застосування математичних моделей для розв'язання реальних проблем.

У розділі рекомендуємо розглянути навчальні кейси, вправи, практичні роботи, мінідослідження та STEM-квест, що мають на меті зацікавити учнів, розвивати мотивацію до навчання та підкреслити практичну цінність математики в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності.

Усі теми варто подавати через **приклади з життя**, адаптовані до вікових особливостей учнів.

Зміст розділу відповідає вимогам компетентнісного підходу, положенням Нової української школи, сприяє розвитку **природничо-математичної грамотності**, формуванню відповідального ставлення до довкілля та суспільства.

Модуль охоплює такі теми:

1. **Математика і фізика:** моделювання руху тіл, закономірності зміни фізичних величин, графіки залежностей у кінематиці та динаміці.
2. **Математика і хімія:** розрахунки за хімічними формулами, масові частки, концентрації, побудова графіків хімічних реакцій, встановлення залежностей концентрацій, розв'язування практичних задач, експериментальне дослідження.
3. **Математика і біологія та генетика:** моделювання популяцій, обчислення ймовірностей успадкування ознак, статистичний аналіз біологічних даних.

4. **Математика і картографія та геодезія:** вимірювання на місцевості, масштаб, координати, обчислення площ і відстаней, основи топографії, аналіз даних.
5. **Кліматичні моделі.** Прогнозування природних катастроф: аналіз кліматичних даних, побудова моделей зміни температур, рівня води, трендів опадів, математичне прогнозування екстремальних подій.

Структура пропонованого змісту:

Урок 1. Математика в фізиці. Математика за кермом фізики

Актуалізація знань учнів з математики й фізики, поглиблення розуміння рівномірного руху, коливань, швидкості, графіків залежностей, формування навичок аналізу графіків, створення математичних моделей фізичних явищ, розвиток критичного мислення, самостійності, уміння працювати в групі, розуміння практичної користі міжпредметних знань у реальному житті.

Виконуючи завдання, запропоновані на уроці, учні (учениці):

- ☐ застосовують математичні знання для опису фізичних процесів (будують та аналізують графіки, виконують обчислення за формулами);
- ☐ вміють зчитувати та будувати графіки залежностей $s(t)$, $v(t)$;
- ☐ створюють рівняння руху за умовою задачі;
- ☐ здійснюють міжпредметні узагальнення (застосовуючи математичні моделі до фізичних задач);
- ☐ аналізують дані, оцінюють життєві ситуації, роблять висновки (на основі запитань: про стиль водіння, професії, графіки, фізичні сенсори);
- ☐ виконують мініпроекти та презентують результати (аналіз власного шляху до школи, фізика в побуті, спорт тощо).

Урок 2. Математика в хімії. Розчини навколо нас: як відсотки працюють в побуті

На уроці учні відкривають для себе, як математика допомагає хімікам — і кожному з нас — розуміти склад речовин навколо, робити точні розрахунки концентрацій і застосовувати ці знання в побуті: від приготування їжі до вибору мийних засобів чи створення антисептиків.

Учні працюють із ключовими поняттями теми — розчин, масова частка, відсоткова концентрація, pH, — і вчаться їх використовувати на практиці.

Через моделювання життєвих ситуацій (наприклад: як отримати 200 мл 70% спиртового розчину, маючи лише 96% спирт і воду) учні розв'язують задачі, що потребують критичного мислення, точності обчислень і вміння зіставляти математичні знання з реальними потребами. Практичні завдання, робота з етикетками товарів, обговорення складу й концентрацій розчинів дають змогу краще зрозуміти, як аналізувати споживчі продукти.

Групові завдання (як-от «Аптекарська практика», «Господарські розрахунки») розвивають навички математичних обчислень, екологічного мислення й безпечного поводження з хімічними речовинами.

Тематика проєктів (наприклад, «Домашній лабораторний посібник», «Читати етикетки — вміти думати», «Шкільна лабораторія здоров'я») сприяє формуванню математичної грамотності, застосуванню формул і аналізу даних у повсякденному житті.

Урок інтегрує знання з математики, хімії, біології та здоров'язбереження, демонструючи, що сучасна освіта — це не лише про підручники, а й про осмислену взаємодію з реальністю через науку.

Урок 3. Математика в біології. Генетика і ймовірність

Демонструє зв'язок між поняттями теорії ймовірностей і законами спадковості в біології, розвиває навички використання ймовірностей для передбачення результатів схрещування, сприяє формуванню дослідницьких навичок, критичного мислення, роботи в групах.

Виконуючи завдання, учні досліджують реальні приклади із життя (чому у батьків із карими очима народжуються блакитноокі діти, чи можна успадкувати групу крові), створюють моделі для моногібридного та дигібридного схрещування (будують таблиці Пеннета), обчислюють ймовірності появи певних ознак, працюють в групі над розв'язанням міжпредметних задач.

Урок 4. Геоматематика: дослідження і прогнозування кліматичних викликів

Демонструє, як математичні методи допомагають досліджувати зміни клімату та допомагають передбачати їх наслідки, формує вміння будувати та читати графіки та діаграми за даними, уміння знаходити необхідну інформацію та перевіряти її достовірність, формує в учнів розуміння ролі графіків, статистики, моделей у природничих дослідженнях, розвиває навички аналізу даних, критичного мислення та екологічної відповідальності.

Виконуючи вправи учні:

- ☐ аналізують кліматичні дані за допомогою математичних методів;
- ☐ використовують середнє арифметичне, графіки, табличні дані для досліджень;
- ☐ будують прості прогностичні моделі;
- ☐ усвідомлюють вплив людини на клімат і важливість екологічної поведінки;
- ☐ співпрацюють у командах і презентують результати.

Урок 5. Математика - компас сучасного світу: як числа керують навігацією, геодезією та картографією

Урок розкриває прикладне значення математики в таких сучасних галузях, як навігація, геодезія та картографія. Учні знайомляться з поняттями координатної площини, масштабу, відстаней, азимутів і напрямів, навчаються застосовувати математичні знання для орієнтування на місцевості, побудови маршрутів і аналізу картографічної інформації. Через практичні завдання, моделювання ситуацій та використання цифрових ресурсів (наприклад, GPS або Google Maps) формується просторове мислення, міжпредметні зв'язки та інтерес до STEM-професій. У практичній частині уроку учасники моделюють фрагмент карт своєї місцевості, розраховують відстані за масштабом і визначають курс руху. Групова робота передбачає створення плану шкільної території з оптимальним розміщенням дерев. Учні також реалізують проекти, як-от: «Мандрівка Україною» — побудова маршруту, обчислення відстаней і часу в дорозі, аналіз впливу транспорту на довкілля; «Картографія майбутнього» — робота з цифровими картами (GPS, Google Maps, OpenStreetMap), визначення геометричних величин і створення мінікарти.

Запропоновані завдання сприяють розвитку просторового мислення, формуванню міжпредметних зв'язків (математика, географія, інформатика, екологія), навичок командної роботи та проектної діяльності.

Урок 6. SMART-наука: математична навігація у світі природи

Інтегрований STEM-квест з математики, фізики, хімії, біології та географії, у межах якого учні досліджують взаємозв'язки математики з фізикою, хімією, біологією, географією та кліматологією. Завдяки роботі на п'яти тематичних станціях школярі розв'язують прикладні задачі, аналізують дані, працюють із формулами, таблицями, графіками, масштабами та ймовірностями. Кожна станція розкриває практичну роль математики в тій чи іншій галузі знань.

Урок сприяє формуванню міжпредметного мислення, розвитку дослідницьких і аналітичних умінь, а також усвідомленню ролі математики як універсального інструмента пізнання світу. Урок є міжпредметною дослідницькою подорожжю, що поєднує математику з природничими науками: фізикою, хімією, біологією, географією та кліматологією.

Пропоновані види навчальної діяльності

- ☐ **Побудова графіків руху, графіків коливань, аналіз фізичних процесів.**

- **Використання сервісів:** GeoGebra, Desmos, PhET; ігрових платформ: Wordwall. Kahoot. Quizizz.
- **Аналіз хімічних залежностей, побудова графіків змін концентрацій, розв’язування практичних задач, експериментальні дослідження.**
- **Використання сервісів:** PhET, Wolfram Alpha; ігрової платформи: ChemCaper.
- **Аналіз популяційних змін, побудова графіків і таблиць, проєктна діяльність.**
- **Використання електронних додатків:** BioNumbers, GoogleSheets, Excel для аналізу даних та ігрового додатка: SimBiology.
- **Візуалізація** кліматичних змін за певний проміжок часу в певній місцевості, прогнозування тенденцій, побудова графіків.
- **Знаходження відстаней** за допомогою координат.
- **Використання електронних сервісів:** NASA Earth Observations, ArcGIS, OpenStreetMap, VkursiZemli, матеріали Всеукраїнського гідрометеоцентру (УкрГМЦ), World ClimateSimulation.
- **Виготовлення лепбука** «Кліматичні зміни в регіоні».

Очікувані результати навчання

Після завершення модуля учень/учениця зможе:

- **Аналізувати та інтерпретувати кількісні дані**, що описують природні явища: температуру, концентрацію речовин, швидкість реакцій, зростання популяцій, координати на карті тощо.
- **Будувати математичні моделі природничих процесів**, використовуючи знання про пропорції, відсотки, графіки, функції, ймовірності.
- **Використовувати математичні поняття для аналізу природничих явищ**, таких як рух тіл, розпад речовин, розподіл генів, зміна клімату, прогнозування стихійних лих.
- **Працювати з графіками, діаграмами, електронними таблицями**, створювати й редагувати візуалізації даних, інтерпретувати тренди.
- **Пояснювати реальні природні процеси на основі математичних моделей**, робити висновки, обґрунтовувати припущення.
- **Використовувати цифрові інструменти та відкриті джерела даних** для побудови моделей, аналізу кліматичних або географічних даних.
- **Розв’язувати прикладні задачі природничого змісту** в індивідуальній або груповій формі, презентувати результати власних досліджень.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Арлінггаус С., Керскі Д. Просторова математика: теорія і практика через картографію. Львів : Видавництво ЛНУ, 2021. 276 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика. Алгебра і початки аналізу : підручник для 9 класу. Київ : Освіта, 2017. 256 с.
3. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія. 9 клас : підручник. Київ : Генеза, 2017. 224 с.
4. Гладій Л.К. Метод проєктів на уроках математики: навчальний посібн. Харків: Ранок, 2012. 160с.
5. Колгунов М. І. Інженерна геодезія : підручник. Харків : ХНАМГ, 2019. 312 с.
6. Масляк П. О., Шищенко П. Г. Географія України: Пробний підручник для 8-9 класів середньої школи. Київ: Зодіак-ЕКО, 1996. 432 с.: іл., карти.
7. Чоха Ю. О. Навчальні SMART-задачі з математики для основної школи. *Математика в школах України*. 2020. № 5. С. 12–17.
8. Шевчук В. П. Основи картографії: навчальний посібник. Київ : Либідь, 2018. 180 с.
9. Papadopoulos A. Nicolas-Auguste Tissot: A link between cartography and quasiconformal theory. *arXiv*. 2016. № 1612. 00279. URL:<https://arxiv.org/abs/1612.00279>

Модуль 7. Математика здоров'я (3 години): аналіз даних про здоров'я, моделювання епідемій, розрахунок дозувань.

Розділ спрямований на розвиток прикладної математичної грамотності учнів у сфері здоров'я та медицини. Учні ознайомлюються з математичними методами аналізу даних про здоров'я, вчать розраховувати дозування ліків, калорійність раціону, індекс маси тіла (ІМТ) та моделювати поширення епідемій.

Структура пропонованого змісту

Урок 1. Індекс маси тіла

Індекс маси тіла (ІМТ) — це показник, який дозволяє оцінити відповідність маси тіла та росту людини, а також визначити ризики для здоров'я, пов'язані з надмірною або недостатньою вагою.

- ❖ Формула розрахунку ІМТ: $\text{ІМТ} = \frac{\text{маса тіла (кг)}}{\text{зріст (м)}^2}$.
- ❖ Класифікація ІМТ:
 - Менше ніж 18,5 – недостатня вага.
 - 18,5-24,9 - норма.
 - 25-29,9 - надмірна вага.
 - 30 і більше – ожиріння різних ступенів.
- ❖ ІМТ допомагає визначити ризик розвитку серцево-судинних захворювань, діабету та інших хронічних хвороб, а також мотивує до підтримки здорового способу життя.

Урок 2. Медична статистика

- ❖ Медична статистика — це наука, яка вивчає кількісні та якісні характеристики здоров'я населення, захворюваність, смертність, інвалідність, а також ефективність роботи медичних установ.
- ❖ Вона дозволяє аналізувати дані про здоров'я різних груп населення, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між факторами ризику та станом здоров'я, обґрунтовувати профілактичні заходи.
- ❖ Основні розділи медичної статистики:
 - Статистика здоров'я населення.
 - Статистика системи охорони здоров'я.
 - Клінічна статистика (біостатистика).

Урок 3. Калорійність та енергетичний баланс

- ❖ Калорійність — це кількість енергії, яку організм отримує з їжею, що вимірюється в кілокалоріях (ккал).
- ❖ Енергетичний баланс — це співвідношення між енергією, отриманою з їжі, та енергією, витраченою організмом на підтримку життєдіяльності, фізичну активність та обмін речовин.
 - Позитивний баланс (надлишок калорій) призводить до збільшення маси тіла.
 - Негативний баланс (дефіцит калорій) – до її зниження.
- ❖ Для підтримки здоров'я важливо дотримуватися балансу між споживанням та витратами енергії, враховуючи індивідуальні потреби залежно від віку, маси тіла, фізичної активності.

Пропоновані види навчальної діяльності

Виконання обчислень індексу маси тіла (ІМТ) для різних значень маси та зросту.

Розв'язування задач на визначення добової калорійності раціону залежно від віку, статі, рівня фізичної активності.

Використання таблиць харчової цінності продуктів для складання меню на день/тиждень з оптимальним БЖВ (білки, жири, вуглеводи).

Аналіз складу харчових продуктів за даними етикеток (вміст цукру, жирів, солі тощо) з подальшими розрахунками у відсотках.

Побудова діаграм калорійного навантаження (порівняння сніданку, обіду, вечері за енергетичною цінністю).

Розв'язування задач на дозування медичних препаратів (обчислення дози на основі маси тіла, пропорцій).

Моделювання життєвих ситуацій, пов'язаних зі здоров'ям (оцінка фізичного стану, планування фізичного навантаження).

Застосування Google Sheets або калькуляторів здоров'я для візуалізації даних і виконання розрахунків.

Очікувані результати після проходження модуля

Після завершення розділу «Математика здоров'я» учні зможуть:

- ☐ Розраховувати індекс маси тіла, інтерпретувати його значення та робити висновки щодо власного стану здоров'я.
- ☐ Аналізувати статистичні дані, пов'язані зі здоров'ям, використовувати основні методи медичної статистики для оцінки стану здоров'я населення та ефективності профілактичних заходів.
- ☐ Оцінювати калорійність продуктів та раціону, визначати власні енергетичні потреби та розраховувати енергетичний баланс організму.
- ☐ Пояснювати взаємозв'язок між харчуванням, фізичною активністю та здоров'ям, формувати навички ведення здорового способу життя на основі математичних розрахунків.
- ☐ Приймати обґрунтовані рішення щодо харчування та фізичної активності, використовуючи математичні моделі та статистичні дані.

Ці результати будуть сприяти розвитку критичного мислення, математичної та здоров'язбережувальної компетентності учнів.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Для чого потрібен індекс маси тіла? URL: <https://surli.cc/gsgmzk>
2. Енергетичний баланс організму. URL: <https://surl.lu/fpsazi>
3. Інтегрований урок з математики та основ здоров'я в 6 класі.
4. PRO ЗДОРОВ'Я | Індекс маси тіла. URL: <https://surli.cc/lrjmyg>
5. Математика та здоров'я. URL: <https://surl.lu/vrhewl>
6. МЕДИЧНА СТАТИСТИКА. URL: <https://surl.lu/jbyfsu>
7. Медична статистика. URL: <https://surl.li/qlsebs>
8. Предмет та зміст медичної статистики. URL: <https://surl.li/rxbipp>
9. Позитивний та негативний баланс калорій. URL: <https://surli.cc/nffxen>

Модуль 8. Математика в торгівлі та логістиці (3 години): оптимізація маршрутів, управління запасами, аналіз витрат.

Структура пропонованого змісту

Урок 1. Основи торгівельних розрахунків

• Націнка, знижка, податок (ПДВ), прибуток. Учні вивчають, як розраховуються торгівельна націнка, знижки для покупців, податок на додану вартість (ПДВ) та прибуток підприємства. Розглядаються формули для визначення кінцевої ціни товару, враховуючи собівартість, націнку, знижку і податки.

- ☐ Валова та чиста ціна товару. Аналізується різниця між валовою (загальною) та чистою (після вирахування витрат і податків) ціною товару, а також вплив цих показників на фінансовий результат підприємства.

- Облік витрат і доходу. Розглядаються основи бухгалтерського обліку витрат і доходів у торгівлі, принципи визначення валового, операційного та чистого прибутку.

Урок 2. Математика в логістиці

- Оптимізація маршрутів. Учні знайомляться з методами оптимізації маршрутів доставки товарів за критеріями часу, відстані та витрат. Вивчаються основи складання транспортних задач і застосування економіко-математичних моделей для вибору найефективніших шляхів постачання.
- Визначення обсягу постачання. Розглядаються фактори, що впливають на обсяг постачання товарів: тип транспорту, характеристики товару, природні та погодні умови. Вивчаються методи розрахунку оптимального обсягу постачання для мінімізації витрат і забезпечення безперебійної роботи підприємства.
- Складування та контроль залишків. Аналізуються принципи організації складування, методи контролю залишків товару, способи оптимізації запасів для зниження витрат і підвищення ефективності торгівельної діяльності.

Урок 3. Статистичні дані в торгівлі

- Побудова і читання діаграм. Учні вчаться збирати статистичні дані про продажі, витрати, запаси, будувати та інтерпретувати діаграми (стовпчикові, кругові, лінійні) для аналізу торгівельної діяльності.
- Середні величини, мода, медіана. Вивчаються основні статистичні показники: середнє арифметичне, мода, медіана, їх застосування для аналізу торгівельних даних і прийняття управлінських рішень.
- Прогнозування продажів. Розглядаються методи прогнозування обсягів продажу на основі аналізу динаміки, використання середніх значень, ковзних середніх, екстраполяції та статистичних моделей.

Пропоновані види навчальної діяльності

Розв'язування практичних задач, пов'язаних з торговими операціями (наприклад, обчислення кінцевої вартості товару з ПДВ та знижкою).

Проектна робота: скласти логістичну схему постачання товарів у магазин із врахуванням маршрутів і вартості доставки або товару в магазини.

Групова робота: аналіз діаграм продажів і побудова висновків на основі статистичних даних.

Використання електронних таблиць для моделювання торгівельних операцій (облік витрат, автоматичне обчислення цін).

Економічна гра «Споживчий кошик «Борщ».

Бізнес-гра: симуляція «мікробізнесу» — учні розраховують витрати, формують ціну товару, аналізують прибутковість.

Дискусія: чому логістичні помилки призводять до збитків у реальному бізнесі?

Мініпроект «Вплив міжнародної торгівлі на споживчі ціни в магазинах»

Мініпроект «Скільки коштує доставити товар?»

Мініпроект «Власний мінімагазин: ціна, прибуток, логістика»

Використання інструментів та цифрових технологій: Trello (сервіс для роботи над проектами), Excel або Google Sheets (для обчислень).

Побудова моделей та графіків.

Очікувані результати після проходження модуля

Після завершення розділу «Математика в торгівлі та логістиці» учні зможуть:

- Розраховувати торгівельну націнку, знижку, ПДВ, прибуток, визначати валову та чисту ціну товару, аналізувати вплив цих показників на фінансовий результат підприємства.

- Вести облік витрат і доходів, розуміти структуру фінансових показників у торгівлі та логістиці.
- Використовувати математичні моделі для оптимізації маршрутів доставки, враховуючи різні критерії (час, відстань, витрати), та визначати оптимальний обсяг постачання залежно від умов транспортування.
- Організовувати складування і контролювати залишки товарів, застосовувати методи оптимізації запасів для ефективної роботи підприємства.
- Збирати, аналізувати та інтерпретувати статистичні дані, будувати та читати діаграми, розраховувати середні величини, моду, медіану для аналізу торгівельної діяльності.
- Прогнозувати обсяги продажів на основі статистичних методів, робити обґрунтовані висновки для планування діяльності підприємства.
- Формувати навички критичного мислення, аналітичного підходу до розв'язання прикладних задач у торгівлі та логістиці, використовувати математичні інструменти для прийняття управлінських рішень.

Ці результати сприятимуть розвитку математичної, економічної та підприємницької компетентностей учнів.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Економіка та організація виробництва. Самостійна та індивідуальна робота студентів. Навчальний посібник. URL: <https://surl.li/gbdqhp>
2. Знижки і бонуси. Податки. URL: <https://surli.cc/fzhrdz>
3. Інтерактивний курс статистики. URL: <https://www.khanacademy.org/math/statistics>
4. Калькулятор маржі та націнки. URL: <https://surl.li/rfeldp>
5. Книга: Облік у торгівлі (Частина 3). URL: <https://surl.li/flnthw>
6. Конструктор діаграм. URL: https://www.canva.com/uk_ua/grafiky/
7. Контрольні роботи з навчальної дисципліни «СТАТИСТИКА». URL: <https://surl.li/crvily>
8. Логістика. Навчальний посібник. 2013 рік. URL: <https://surl.gd/ucrxqe>
9. ЛОГІСТИКА: ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК. 2010 рік. URL: <https://surl.li/ymotze>
10. Маржинальність: навіщо потрібна і як її порахувати? URL: <https://surli.cc/ifbref>
11. Моделювання та прогнозування маркетингу. опорний конспект лекцій з дисципліни. 2018 рік. URL: <https://surl.li/gsnpsd>
12. Навчальні ресурси з економічної оптимізації. URL: <https://www.khanacademy.org/economics-finance-domain>
13. Оптимізація логістичних рішень Навчальний посібник для студентів спеціальності «Логістика» вищих навчальних закладів України. 2007 рік. URL: <https://surl.li/nfneog>
14. Платформи аналізу ринкових даних. URL: <https://www.marketanalytics.com/>
15. Цифрові технології у логістиці. URL: <https://surli.cc/kanbqv>
16. PhET (економічні моделі). URL: <https://surl.lu/zyvpey>
17. 36 кращих інструментів для візуалізації даних. URL: <https://surli.cc/cenxvq>

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Література

1. Богма О. С., Кисильова І. Ю. Фінанси : конспект лекцій. Запоріжжя : ЗНУ, 2016. 102 с.
2. Вишневецька О. І. Математика в економіці : підручник. Київ : Каравела, 2019. 304 с.
3. Жалдак М. І. Основи економіки : навч. посіб. Київ : Знання, 2018. 224 с.
4. Ковальчук І. М. Фінансова математика : навч. посіб. Львів : ЛНУ, 2020. 168 с.
5. Сиротенко Г. О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання. Харків: ВГ «Основа», 2003. - 156 с.

6. Соболев В.І. Біологія. Довідник, тестові завдання. повний повторювальний курс, підготовка до ЗНО та ДПА. Кам'янець-Подільський : Абетка, 2024 - 820 с.
7. Фізика : підруч. для 7 кл. закл. загал. серед. освіти / [В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова та ін.] ; за ред. Бар'яхтара В. Г. , Довгого С. О. 2-ге вид., перероб. — Харків : Вид-во «Ранок», 2020. 256 с.
8. Шевчук В. П. Основи картографії: навчальний посібник / В. П. Шевчук. Київ : Либідь, 2018. 180 с.

Інтернет-джерела

1. Вивчення математики онлайн. URL: <https://surl.lu/ygkhaq>
2. Використання математики в принципах економіки. URL: <https://surl.li/lsmcrx>
3. Державний стандарт профільної середньої освіти. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/851-2024-%D0%BF#Text>
4. Інтерактивний урок на 60 хв з розрахунками і прикладами аналізу заощаджень. URL: <https://econedlink.org/resources/compound-interest/>
5. Біляніна О.Я., Білянін Г. І. Навчальна програма «Алгебра» 7 КЛАС. URL: <https://surl.lu/hvyega>
6. Навчальна програма «Математика» 7 КЛАС. / Васишин М.С., Милянник А.І, Працьовитий М.В., Простакова Ю.С., Шкільний О.В.. URL: <https://surl.li/looork>
7. Навчальна програма «Алгебра». 7 КЛАС. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, М. П. Пихтар, Б. В. Рубльов, В. В. Семенов, М. С. Якір. URL: <https://surl.li/akrieh>
8. Національна океанська служба. Національне управління океанічних і атмосферних досліджень. URL: <https://oceanservice.noaa.gov/>
9. Підготовка до ЗНО/МНТ з Мій клас URL: <https://surl.li/ctbipw>
10. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навчальний посібник. URL: <https://surl.li/umhxtq>
11. Бурда М.І., Васильєва Д.В., Вашуленко О.П., Волошена В.В., Тарасенкова Н.А. Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії: методичний посібник. URL: <https://surl.li/ifkgzx>
12. Про затвердження типової освітньої програми для 10-12 класів закладів загальної середньої освіти, які забезпечують здобуття профільної середньої освіти за академічним спрямуванням: Наказ Міністерства освіти і науки України від 26 травня 2025 року № 765. URL: <https://surli.cc/hvwxn>

Л. Зобенько, О.Іванченко, Л.Кикоть,
Л.Кузьменко, О.Кунчич

Модуль 5.

Ймовірність і ризики



ПЕРЕДМОВА

У сучасному науковому та технологічному світі, що характеризується високим рівнем невизначеності та складністю систем, ймовірність та ризик є фундаментальними концепціями. Їх глибоке розуміння та здатність до їх ефективного аналізу є критично важливими для прийняття обґрунтованих рішень у широкому спектрі дисциплін: від математики та статистики до інженерії, економіки, фінансів, медичної діагностики та соціальних наук.

Цей навчально-методичний матеріал створено як методичний супровід до модуля «Ймовірність і ризики» навчальної програми «SMART-математика: задачі, які працюють» вибіркового освітнього компоненту (курсу за вибором) для учнів 10 класу авторського колективу Тищенко І.А., В'язовік А.М., Бедусенко О.С. і призначено для вчителів математики, які прагнуть урізноманітнити навчальний процес, зробити його більш практико-орієнтованим, дослідницьким та наближеним до реального життя.

Авторами даного модуля є слухачі курсів підвищення кваліфікації вчителів математичної освітньої галузі за освітньою програмою варіативного модуля «Методика розроблення авторських навчальних програм за вимогами НУШ» для вчителів, які викладають у другому циклі базової середньої освіти (7-9 класи) (група 7, 02.06.2025 – 14.06.2025), а саме:

Кузьменко Лариса Олександрівна, вчитель математики Черкаського гуманітарно-правового ліцею Черкаської міської ради Черкаської області;

Зобенько Лариса Вікторівна, вчитель математики Городищенського закладу загальної середньої освіти І-ІІІ ступенів №2 Городищенської міської ради Черкаської області;

Іванченко Оксана Володимирівна, вчитель математики Шполянського ліцею №1 Шполянської міської ради об'єднаної територіальної громади Черкаської області;

Кикоть Лариса Григорівна, вчитель математики опорного закладу освіти «Чорнобаївський ліцей Чорнобаївської селищної ради Черкаської області»;

Кунчич Олена Миколаївна, вчитель математики Домантівського навчально-виховного комплексу «загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів - дошкільний навчальний заклад» Новодмитрівської сільської ради Золотоніського району Черкаської області

Модуль охоплює чотири логічно пов'язаних уроки:

1. Поняття випадкової події. Види подій (несумісні, незалежні). Класичне означення ймовірності.
2. Повторюваність подій. Статистична ймовірність. Побудова таблиці частот, діаграм.
3. Поняття ризику: коли ймовірність важлива (медицина, економіка, транспорт). Визначення прийнятного ризику.
4. Як приймати рішення в умовах невизначеності. Оцінка ризиків у фінансах, здоров'ї, поведінці.

Для кожного уроку запропоновано методичний інструментарій, що допоможе організувати освітню діяльність учнів відповідно до компетентнісного підходу: приклади завдань, інтерактивні вправи, прийоми роботи з даними, варіанти групової взаємодії, способи оцінювання. Особливу увагу приділено формуванню навичок аналізу інформації, критичного мислення та використання статистичних знань у повсякденному житті.

Запропоноване навчально-методичне наповнення може бути використане як у межах

І ак і в рамках профільного навчання математики, адаптуючись під можливості
1 того класу.



Цифровий контент збережено на Google-диску та буде поповнюватися.

URL: <https://surl.lu/qfinsw>

I. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ

Очікувані результати

Очікувані результати навчання за модулем «Ймовірність та ризики» у 10 класі мають бути чітко пов'язані з орієнтирами для оцінювання з математичної освітньої галузі Державного стандарту профільної середньої освіти, формувати такі знання, уміння та ставлення:

- знання: розуміння, що таке випадкова подія, її види; класичне означення ймовірності та статистична ймовірність, сфери застосування у науці, економіці, соціальних науках тощо; поняття ризику та прийнятного ризику, роль та значення ризиків при прийнятті рішень в умовах невизначеності;
- уміння: визначати види подій; обчислювати ймовірність випадкових подій, інтерпретувати та оцінювати знайдені результати; будувати таблиці частот та діаграми; визначати прийнятний ризик; оцінювати ризик у фінансах, здоров'ї тощо; використовувати інформаційні технології (електронні таблиці) для створення діаграм, застосовувати логічні способи мислення, доводити правильність розв'язань, аналізувати різні підходи до розв'язання задач;
- ставлення: усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного та культурного потенціалу держави, зацікавленість у пізнанні світу через призму математики, розуміння важливості навчання протягом життя, готовність до самонавчання, позитивне ставлення до використання інформаційних технологій у навчанні, відкритість до нових знань та умінь; відповідальність, наполегливість, старанність у досягненні мети, здатність до самостійного пошуку шляхів розв'язання завдань, усвідомлення цінності математичних знань для майбутньої професійної діяльності та повсякденного життя.

Вивчення модуля «Ймовірність і ризики» передбачає активне залучення здобувачів освіти до завдань, що сприятимуть формуванню наскрізних вмінь. Зокрема, вчитися читати та аналізувати дані, чітко висловлювати свої думки (усно й письмово), розвивати критичне та системне мислення, генерувати нові ідеї, логічно обґрунтовувати свою позицію, проявляти ініціативність, ефективно вирішувати проблеми, приймати зважені рішення, розуміти ризики.

У такий спосіб учень / учениця зможе:

1. Розуміти основні поняття ймовірності і ризику:
 - Учень / учениця визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 MAO 4.1.1-1].
 - Інтерпретує числове значення ймовірності та передбачає можливі ризики у зв'язку з контекстом задачі та обґрунтовує їх застосування [12 MAO 1.3.2-1].
2. Збирати, організовувати та представляти дані:
 - Учень / учениця досліджує проблемну ситуацію, використовуючи різні інформаційні джерела [12 MAO 1.2.1-1].
 - Добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1].
 - Застосовує визначену послідовність дій для розв'язування проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3]
3. Обчислювати та інтерпретувати ймовірність та ризику:
 - Учень / учениця визначає можливості застосування відомих математичних фактів для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-1].
 - Використовує для подання математичних об'єктів різні форми [12 MAO 4.2.2-1].
4. Формувати навички критичного мислення та роботи з інформацією:
 - Самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1].

Наскрізні лінії та їх реалізація

Наскрізні змістові лінії пронизують увесь освітній процес і сприяють цілісному розвитку особистості. У контексті «Ймовірність і ризики» особливо яскраво проявляються:

«Екологічна безпека та сталий розвиток»: будь-яке екологічне рішення або діяльність у сфері сталого розвитку містить елементи невизначеності та потенційних негативних наслідків. Застосування апарату ймовірності та ризиків дозволяє системно оцінювати, прогнозувати та управляти екологічними викликами.

«Громадянська відповідальність»: є критично важливою для формування свідомих та активних членів суспільства, і вона щільно переплітається з концепціями ймовірності та ризиків. Розуміння ймовірнісних аспектів і потенційних ризиків власних дій та колективних рішень є основою для відповідальної поведінки та ефективної участі у суспільному житті.

«Здоров'я і безпека»: Ризик у контексті здоров'я та безпеки визначається як поєднання ймовірності виникнення небезпечної події та величини потенційної шкоди, яку вона може спричинити для здоров'я, життя або благополуччя людини. Управління цими ризиками є першочерговим завданням на всіх рівнях – від індивідуального до державного.

«Підприємливість та фінансова грамотність»: Ключова для розвитку сучасної успішної особистості та стабільного суспільства. Вона тісно пов'язана з концепціями ймовірності та ризиків, оскільки будь-яке підприємницьке рішення чи фінансова операція містить елементи невизначеності та потенційних наслідків. Розуміння цих взаємозв'язків є фундаментом для ефективного управління ресурсами, прийняття зважених рішень та досягнення фінансового добробуту.

Ключові компетентності

Формування ключових компетентностей є центральною метою сучасної освіти. У процесі вивчення модуля «Ймовірність і ризики» в учнів 10 класу активно розвиваються такі компетентності:

Спілкування державною (і рідною в разі відмінності) мовами: Учні вчаться чітко і логічно формулювати свої думки, аргументувати висновки, використовуючи відповідну термінологію. Вони працюють з текстовою інформацією, що містить статистичні дані, і презентують результати своїх досліджень.

Спілкування іноземними мовами: Хоча безпосередньо не пов'язано, але доступ до міжнародних статистичних баз даних або статей іноземною мовою може стати стимулом для розвитку цієї компетентності.

Математична компетентність: Це основа вивчення теми. Учні розвивають навички розрахунків, інтерпретації даних, побудови діаграм, застосування математичних моделей для аналізу реальних ситуацій. Вони вчаться мислити логічно, розв'язувати проблеми та обґрунтовувати свої рішення.

Компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій: ймовірність і ризики є інструментом для аналізу даних в природничих науках (наприклад, екологічні дослідження), а також у фінансових операціях.

Інформаційно-цифрова компетентність: Учні опановують роботу з електронними таблицями, програмами для обробки даних щодо визначення ймовірності і ризиків, пошук та критичний аналіз інформації в мережі Інтернет. Вони вчаться розрізняти достовірні дані від фейків та ефективно використовувати цифрові інструменти.

Уміння вчитися впродовж життя: Робота із ймовірністю та ризиками вимагає постійного пошуку інформації, її аналізу та інтерпретації. Учні вчаться самостійно здобувати знання, осмислювати їх та застосовувати в нових ситуаціях.

Ініціативність і підприємливість: Учні висувають гіпотези, планують дослідження, самостійно шукають дані та роблять висновки. Це розвиває їхню здатність до прийняття рішень та відповідальності за власні дії.

Соціальна та громадянська компетентності: Аналіз соціальних та економічних даних розвиває розуміння суспільних процесів, формує активну громадянську позицію та вміння взаємодіяти в команді при виконанні проєктів.

Обізнаність та самовираження у сфері культури: Ймовірність і ризики можуть бути використані для аналізу культурних тенденцій, відвідуваності музеїв, популярності видів мистецтва, що сприяє розумінню культурного контексту.

Отже, вивчення модуля «Ймовірність і ризики» в 10 класі — це не просто набір формул і правил. Це потужний інструмент для формування компетентної, критично мислячої та соціально відповідальної особистості, готової до викликів сучасного світу. Важливо, щоб учитель створював умови для практичного застосування набутих знань та умінь, залучаючи учнів до реальних проєктів та досліджень.

II. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

МОДУЛЬ 5. «ЙМОВІРНІСТЬ І РИЗИКИ» (4 год)

№ з/п	Тема	Дата	Очікувані результати (результати оцінювання)	Види навчальної діяльності	Наскрізнні змістові лінії, ключові компетентності	Примітки
Модуль 5. Ймовірність і ризики (4 год)						
1	Поняття випадкової події. Види подій (несумісні, незалежні). Класичне означення ймовірності.		Учень (учениця): - Визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 МАО 4.1.1-1] - Застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-3] - Інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2-1]	Дискусії, спостереження, створення моделей і аналогів, робота в групах, виконання дій з класичним означенням ймовірності у прикладних контекстах, ймовірнісні симуляції, розв'язування задач на обчислення ймовірностей.	<u>Наскрізнні змістові лінії:</u> Громадянська відповідальність», «Підприємливість та фінансова грамотність», «Здоров'я та безпека». <u>Компетентності:</u> математична, соціальна та громадянська, інформаційно-цифрова, фінансова грамотність.	
2	Повторюваність подій. Статистична ймовірність. Побудова таблиці частот, діаграм.		Учень (учениця): Визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 МАО 4.1.1-1]	Дискусії, спостереження, робота в групах, розв'язування задач на обчислення ймовірностей, на визначення кількості сприятливих і можливих наслідків у	<u>Наскрізнні змістові лінії:</u> «Громадянська відповідальність», «Підприємливість та фінансова грамотність», «Здоров'я та безпека». <u>Компетентності:</u> математична, соціальна та громадянська,	

			- Використовує різні форми подання математичних об'єктів [12 MAO 4.2.2-2] - Самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1]	задачах реального життя.	з	інформаційно-цифрова, здатність спілкування українською мовою, вміння висловлювати свої думки.	
3	Поняття ризику: коли ймовірність важлива (медицина, економіка, транспорт). Визначення прийнятного ризику.		Учень (учениця): - Визначає, аналізує та узагальнює зв'язки між математичними об'єктами та об'єктами реального світу [12 MAO 4.1.1-1] - Інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1] - Використовує математичні поняття, факти і процедури, пояснює застосування їх, наводить аргументи [12 MAO 4.3.1-1]	Аналіз реальних ситуацій (медицина, економіка, транспорт). Розв'язування задач на обчислення ймовірностей та оцінку ризику в ситуаціях повсякденного вибору, робота в групах.		<u>Наскрізнi змістовні лінії:</u> «Здоров'я і безпека», «Громадянська відповідальність», «Екологічна безпека та сталий розвиток». <u>Компетентності:</u> математична грамотність, критичне мислення, уміння працювати з інформацією, комунікативна, вміння приймати відповідальні рішення.	

			Пропонує шляхи досягнення результатів розв'язання проблемної ситуації, передбачає можливі ризики [12 MAO 1.3.2-1]			
4	Як приймати рішення в умовах невизначеності. Оцінка ризиків у фінансах, здоров'ї, поведінці.		Учень (учениця): - Інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1] - Добирає дані, потрібні для розв'язування проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] - Застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3]	Розв'язування задач на оцінку ризику в ситуаціях повсякденного вибору, на порівняння теоретичної та експериментальної ймовірності, практичне застосування ймовірнісних розрахунків у побуті, прийняття рішень та прогнозування.	<u>Наскрізні змістовні лінії:</u> «Фінансова грамотність», «Здоров'я і безпека», «Громадянська відповідальність», <u>Компетентності:</u> математична, соціальна та громадянська, комунікативна, вміння вчитися впродовж життя, ініціативність і підприємливість.	

ІІІ. МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДО ВИДІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Урок 1. ПОНЯТТЯ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ. ВИДИ ПОДІЙ (НЕСУМІСНІ, НЕЗАЛЕЖНІ). КЛАСИЧНЕ ОЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ

Розпочинаючи знайомство з поняттями випадкової події та ймовірності, важливо задіяти вже наявний досвід учнів. Доцільно зосередитися на їхніх спостереженнях, досвіді збору та систематизації інформації з повсякденного життя. Щоб мотивувати учнів і продемонструвати практичну цінність вивчення теми, варто створити проблемну ситуацію або навчальний контекст, що потребує застосування раніше вивченого.

Для поглиблення розуміння термінології та закріплення нових понять, обов'язково передбачте роботу в парах або малих групах. Це сприятиме обговоренню, обміну думками та ефективному засвоєнню матеріалу.

Мотиваційні запитання, вправи та ситуації для учнів 10 класів за темою «Ймовірність і ризику» спрямовані на те, щоб здобувачі освіти побачили практичне застосування питань модуля та зацікавилися предметом. Кожен вчитель може обрати той варіант, який йому більш подобається.

Мотиваційні запитання

1. *Поняття випадкової події. Види подій. Класичне означення ймовірності*

Ситуація: Уявіть життя як велику гру, де кожна ситуація – це розіграш з невідомими картами. Як знання випадкових подій, їх видів та володіння класичним означенням ймовірності може допомогти вам не просто грати за правилами, а й розробляти власні виграшні стратегії, перетворюючи «сліпу удачу» на усвідомлену перевагу?

(Варіант відповіді: треба подивитися на ситуацію з точки зору визначення події, що описується; визначивши правильно вид події та її ймовірність, можна прорахувати виграти або його неможливість.)

Запитання для обговорення: Де в реальному житті ви вже стикалися із необхідністю визначення подій, їх видів та визначення ймовірності тої чи іншої події, навіть не усвідомлюючи цього?

Варіанти відповідей:

- 1) Дуже часто ми говоримо «Стовідсотково», тобто виконується точно. Коментар: Насправді мова йде про достовірну подію.
- 2) «50 на 50». Коментар: Така фраза описує випадкову подію, яка може виконатися, а може й не виконатися.
- 3) На уроці вчитель викликає учня відповідати. Кого він викличе хлопця чи дівчину? Кого викликають частіше? З якою ймовірністю? Коментар: Дуже актуальний приклад. Знаючи кількість учнів у класі можна проаналізувати всі відповіді на поставлені запитання.
- 4) Переглядаючи прогноз погоди, можна бачити прописану ймовірність того, що буде дощ. Коментар: Дуже життєвий приклад! Проаналізувавши інформацію будемо знати – брати парасольку чи ні.

Теоретична частина відповідно до змісту уроку

1. Поняття випадкової події.

У теорії ймовірностей ми вивчаємо явища, результат яких неможливо передбачити заздалегідь. Саме такі явища пов'язані з випадковими подіями.

Випадковий експеримент (випробування) – це дія, яка може бути повторена багато разів в однакових умовах і результат якої неможливо точно передбачити (наприклад, підкидання монети, кидок грального кубика, вибір карти з колоди).

Подія – будь-який можливий результат випадкового експерименту.

Випадкова подія – подія, яка може відбутися або не відбутися в результаті даного експерименту.

2. Види подій.

- Вірогідна (достовірна) подія.
- Неможлива подія.
- Сумісна подія.
- Несумісна подія.
- Незалежні події.

3. Класичне означення ймовірності.

Ймовірність є чисельною мірою можливості настання події. Класичне означення ймовірності застосовується до випадкових експериментів, які задовольняють таким умовам:

- Кількість всіх можливих елементарних наслідків випробування є скінченною.
- Всі ці наслідки є рівноможливими.
- Всі ці наслідки є несумісними.

Ймовірність події A позначається $P(A)$, і обчислюється за формулою: $P(A) = \frac{m}{n}$, де m – кількість сприятливих наслідків (тобто тих, які призводять до настання події A); n – загальна кількість всіх можливих рівноможливих і несумісних елементарних наслідків експерименту.

Ілюстративні приклади

Кидання грального кубика

Ситуація: Уявіть, що ви кидаєте звичайний шестигранний гральний кубик.

Завдання:

- 1) Знайдіть простір елементарних подій.
- 2) Для поданих подій назвати вид події та їхні ймовірності.

Подія	Вид події	Ймовірність
Випаде число 4		
Випаде парне число		
Випаде число, менше за 7		
Випаде число 7		

Приклад результату:

1. Простір елементарних подій – множина всіх можливих результатів експерименту. У цьому випадку кількість елементарних подій – 6.

2.

Подія	Вид події	Ймовірність
Випаде число 4	Випадкова	1/6
Випаде парне число	Випадкова	1/2
Випаде число, менше за 7	Достовірна	1
Випаде число 7	Неможлива	0

Завдання «Що в мішку?»

Ситуація: Припустимо, у вас є мішок, в якому лежать 5 синіх, 3 червоні та 2 зелені кульки. Всього 10 кульок. Ви навмання витягуєте одну кульку.

Завдання:

- 1) Вкажіть простір елементарних подій.

- 2) Для поданих подій назвати вид події та їхні ймовірності.

Подія	Вид події	Ймовірність
Витягнута кулька синя		
Витягнута кулька червона або зелена		
Витягнута кулька жовта		

Приклад результату:

1. Простір елементарних подій – витягнути будь-яку з 10 кульок.

2.

Подія	Вид події	Ймовірність
Витягнута кулька синя	випадкова	$\frac{1}{2}$
Витягнута кулька червона або зелена	випадкова	$\frac{1}{2}$
Витягнута кулька жовта	неможлива	0

Відеоуроки з теми



Випадкова подія. Частота і ймовірність випадкової події.

URL: <https://www.youtube.com/watch?v=aGh8h1jDSIE>



11 клас. Алгебра. Випадкова подія. Ймовірність випадкової події (Тиж.3:ПТ). URL: <https://surl.li/wexrqg>

Тренувальні вправи: приклади компетентнісних завдань

Компетентнісний підхід передбачає, що учні не просто засвоюють теоретичні знання, а й вчаться застосовувати їх у реальних ситуаціях, розвивають критичне мислення, навички аналізу та вміння застосовувати поняття ймовірності для вирішення реальних проблем.

Пропонуємо кілька практичних завдань з теми для 10 класу.

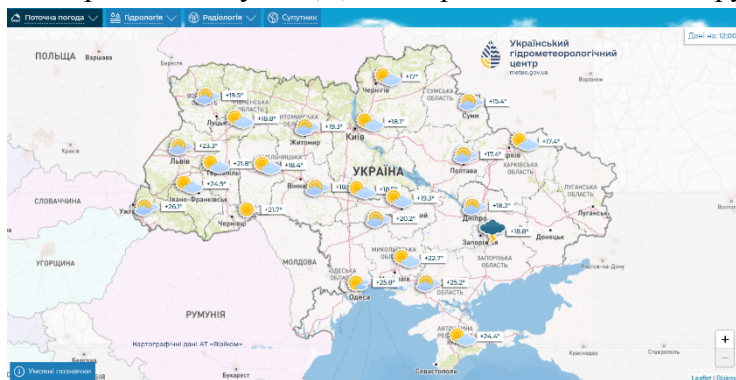
Приклад 1. Метеорологічний прогноз та планування

Ви плануєте пікнік на вихідні. Метеорологічна служба дає такі прогнози на суботу: ймовірність дощу – 0,4; ймовірність сильного вітру – 0,3; ймовірність сонячної погоди – 0,7;

ймовірність дощу і сильного вітру одночасно – 0,15. Цікаво, чи варто переносити пікнік, чи можна ризикнути?

Мета: Дослідити дані ймовірності погоди, навчитися збирати та аналізувати дані, а також використовувати отриману інформацію для оптимізації свого навчального процесу.

Компетенції:



- Аналітичне мислення.
- Вміння працювати з даними.
- Планування та прийняття рішень у невизначених умовах.

Завдання:

1. Визначити вид подій:
 - «Йде дощ» і «Світить сонце». Які це види подій? (сумісні / несумісні, залежні / незалежні). Поясніть чому.
2. Розрахуйте ймовірність:
 - Яка ймовірність того, що не буде дощу?
 - Яка ймовірність того, що буде дощ або сильний вітер? (використайте формулу для ймовірності суми подій)
 - Якщо ви вирішили йти на пікнік тільки за умови, що немає ні дощу, ні сильного вітру, яка ймовірність того, що ваші умови будуть виконані?
3. На основі розрахованих ймовірностей, чи варто переносити пікнік на інший день, чи можна ризикнути? Обґрунтуйте своє рішення.
4. Критерії оцінювання:
 - 1) Визначення видів подій з поясненням (3 бали)
 - 2) Правильність знаходження ймовірностей запропонованих подій. (6 балів)
 - 3) Глибина аналізу та обґрунтованість висновку. (3 бали)
5. Очікувані результати (що розвивається):
 - *Математична компетентність*: Збір, організація та аналіз кількісних даних, обчислення ймовірностей, визначення видів подій.
 - *Ініціативність та підприємливість*: Самостійне планування та виконання дослідження, пошук рішень для оптимізації.
 - *Громадянські та соціальні компетентності*: Усвідомлення важливості самоорганізації та відповідальності за власне рішення.

Приклад 2. Лотерея «Шанс» та стратегія виграшу

У місті Х, місцева благодійна організація вирішила провести благодійну лотерею серед мешканців міста, щоб зібрати кошти на ремонт дитячої лікарні. Організатори прагнуть максимально прозоро та ефективно провести цю акцію, залучивши якомога більше мешканців та забезпечивши справедливий розіграш. Продається 100000 квитків. Виграші розподілені таким чином: головний приз (велосипед) – 10 квиток; другий приз (навушники) – 50 квитків; третій приз (футболка) – 200 квитків; всі інші квитки – без виграшу.

Мета: Дослідити можливості виграшу у лотереї, що проводиться, проаналізувати отримані дані та представити висновки, розвиваючи навички аналізу інформації та критичного мислення.

Компетенції:

- Аналітичне мислення.
- Вміння працювати з даними.

Завдання:

1. Визначити простір подій: Скільки всього можливо результатів (квитків) у лотереї.
2. Класифікуйте події. Назвіть та поясніть вид події:
 - Подія «Виграти головний приз».
 - Подія «Виграти будь-який приз».
 - Подія «Виграти велосипед» та «Виграти навушники» (при умові, що один квиток може виграти лише один приз).
3. Оцініть шанси виграшу:
 - Ви купили один квиток. Яка ймовірність виграти головний приз?

- Яка ймовірність виграти будь-який приз?
 - Якщо ви купили 10 квитків, як це змінює ваші шанси на виграш будь-якого призу?
4. Формулювання рекомендацій:
- Чи варто брати участь у цій лотереї з погляду ймовірності? Скільки квитків варто купити, якщо підвищити шанси виграшу? Обґрунтуйте свою відповідь, використовуючи математичні розрахунки та поняття ймовірності.
 - Рефлексія: Чому, на вашу думку, важливо розуміти роботу лотереї? Які нові знання ви отримали, виконуючи це завдання?
5. Критерії оцінювання:
1. Визначення простору подій. (1 бал)
 2. Правильне визначення видів подій. (3 бали)
 3. Правильність обчислення ймовірностей подій. (4 бали)
 4. Глибина та обґрунтованість сформульованих рекомендацій. (3 бали)
 5. Змістовність та повнота рефлексії. (1 бал)

Очікувані результати (що розвивається):

- *Математична компетентність*: Систематизація та аналіз кількісних даних, обчислення ймовірностей, визначення видів подій.
- *Інформаційно-цифрова компетентність*: Використання програм для пошуку інформації.
- *Соціальна та громадянська компетентності*: Робота в команді (якщо завдання виконується в групі), дотримання етичних норм дослідження, розуміння соціальних явищ.
- *Уміння вчитися протягом життя*: Планування виконання завдання, опрацювання інформації, критичне осмислення результатів.
- *Ініціативність та підприємливість*: Творчий підхід до розробки категорій, аналіз потреб життя, вміння приймати рішення на основі даних.

Розробки практичних завдань зі статистики на основі міжнародного дослідження PISA

Задача 1. Цікаві факти про мову.

Мова – безцінний скарб народу, головний літопис його життя. Наведемо кілька цікавих фактів про українську мову.



- Від 41 до 45 млн.осіб у світі розмовляють українською мовою.

- Для 36-37,% млн.осіб українська мова є рідною.

- Відповідно до даних Національної

Академії Наук України, сучасна українська мова містить близько 256 тисяч слів. За лексичним запасом українська є найбільш спорідненою із польською та сербською мовами. З польською 0,7 спільної лексики, а із сербською 0,68.

- Найдовший іменник в українській мові складається з 30 літер! Це «дихлордифенілтрихлорметилметан» (хімікат для боротьби зі шкідниками).

Завдання 1.

Скільки у польській мові слів спільних з українською мовою?

- A. 178 800
- Б. 179 200
- В. 179 300
- Г. 181 200

Завдання 2. Яка ймовірність того, що навімання взятє польське слово буде спільне зі словом української мови? Запишіть числом.

Завдання 3. Порахуйте кількість різних літер українського алфавіту, які використано при записі найдовшого іменника нашої мови. Знайдіть ймовірність використання голосних літер у даному слові. (використайте правило суми ймовірностей).

Задача 2. Детективне агентство «Випадковий успіх».

У світі, де тіні приховують більше таємниць, ніж сонце висвітлює правди, існують ті, хто шукає відповіді. Вони не носять уніформи, їхні офіси рідко прикрашені блискучими вивісками, а їхнє ім'я часто залишається в тіні, як і справи, які вони розслідують. Це приватні детективи – майстри спостереження та невтомні шукачі істини. Вони працюють на межі закону та моралі, використовуючи знання психології, сучасні технології та інтуїцію, щоб зібрати докази та розплутати таємні справи. Їхня робота – це постійний баланс між ризиком і розрахунком, де кожен крок може призвести до відкриття або до небезпеки.

Уявіть собі, що ви працюєте в детективному агентстві. Вам потрібно визначити ймовірність успішного розкриття злочину, ґрунтуючись на наявних даних. Є 10 підозрюваних. Поліція має 4 докази, кожен з яких вказує на одного з підозрюваних:

- Доказ 1: Знайдено відбитки пальців, які належать 3 з 10 підозрюваних.
- Доказ 2: Свідок бачив людину, яка мала одяг певного кольору. Такий одяг є у 5 з 10 підозрюваних.
- Доказ 3: Запис з камер спостереження показує, що 2 з 10 підозрюваних були поблизу місця злочину у потрібний час.
- Доказ 4: Алібі відсутні у 6 з 10 підозрюваних.

Завдання 1. Оберіть вид події «Підозрюваний має одяг певного кольору».

- А. достовірна;
- Б. неможлива;
- В. випадкова;
- Г. протилежна.

Завдання 2. Яка ймовірність того, що випадково обраний підозрюваний був поблизу місця злочину та не має алібі? Запишіть числом.

Завдання 3. Якщо ідеальний підозрюваний повинен мати відбитки пальців та бути поблизу місця злочину та не мати алібі, яка ймовірність того, що випадково обраний підозрюваний відповідає цим трьом умовам одночасно? Наведіть пояснення отриманого результату.

Завдання 4. На скільки ефективні ці докази для звуження кола підозрюваних? Який доказ є найбільш ефективним з точки зору ймовірності. Відповідь обґрунтуйте.

Приклади практичних задач для розв'язування в групах

Пропонуємо кілька практичних кейс-завдань з теми «Ймовірність і ризику», які можна розв'язувати в групах. Вони допоможуть здобувачам освіти застосувати вивчений матеріал до реальних ситуацій та розвинути навички аналізу даних, логічне мислення та вміння працювати в команді.

Принципи формування груп

1. Різномірний підхід – групи формуються із учнів з різним рівнем знань, щоб вони могли допомагати один одному.
2. Тематика зацікавленості – групи можуть бути сформовані за інтересами учнів (спорт, економіка, екологія тощо), що мотивує їх працювати над темою.
3. Метод випадковості – учасники груп визначаються випадковим чином, що сприяє рівномірному розподілу знань.

Задача «Оцінка ризиків стартану «Еко-Доставка»»

Ваша група – команда аналітиків, яка оцінює інвестиційну привабливість стартапу «Еко-Доставка» (доставка товарів на велосипедах). Інвестори вимагають об'єктивної оцінки ризиків.

Ви зібрали наступні дані за минулий місяць (1000 доставок): 150 доставок були затримані через поломку транспорту; 50 доставок були затримані через несприятливі погодні умови; 20 доставок були затримані одночасно через поломку транспортного засобу та несприятливі погодні умови; 5 доставок призвели до незначного пошкодження товару; 0 доставок призвели до повного знищення товару.

Завдання для групи:

1. (5 балів) Визначте та обчисліть ймовірність наступних подій:
 - Подія А: Доставка буде затримана через поломку транспорту.
 - Подія В: Доставка буде затримана через несприятливі погодні умови.
 - Подія С: Доставка буде затримана через поломку або несприятливі погодні умови.
 - Подія D: Доставка призведе до незначного пошкодження товару.
 - Подія Е: Доставка призведе до повного знищення товару.
2. (2 бали) Класифікуйте події:
 - Події А та В – які вони (сумісні/несумісні)?
 - Подія Е – який це вид події?
3. (5 балів) Підготуйте рекомендації інвесторам:
 - На основі отриманих ймовірностей, які основні ризики для «Еко-Доставки» ви б виділили?
 - Які конкретні заходи ви б порадили керівництву стартапу для зменшення найбільш ймовірних ризиків?
 - Чи є цей стартап, на ваш погляд, інвестиційно привабливим з точки зору ризиків?

Приклади практичних задач для самостійного опрацювання

Задача. «Мій щоденний вибір»

Збираючись до школи, ви обираєте, що вдягти. У вашій шафі є:

- 5 різних футболок (2 білі, 1 чорна, 2 кольорові)
- 3 пари штанів (1 сині джинси, 1 чорні штани, 1 спортивні штани)

Проблема: Як кількісно оцінити можливі комбінування для вдягання в школу?

Алгоритм для розв'язання задачі:

1. Визначте простір елементарних подій: Скільки всього унікальних комбінацій «футболка + штани» ви можете скласти? Запишіть перелік усіх таких пар.
2. Визначте види поданих подій: «Я одягну чорну футболку», «Я одягну рожеві штани», «Я одягну будь-яку футболку та будь-які штани».
3. Розрахуйте ймовірності:
 - Яка ймовірність того, що ви оберете білу футболку?
 - Яка ймовірність того, що ви оберете сині джинси?
 - Яка ймовірність того, що ви оберете чорну футболку і чорні штани?
 - Яка ймовірність того, що ви оберете кольорову футболку або спортивні штани?

Можливі теми для учнівських проєктів

Завдання на ймовірність може бути неймовірно захопливе, якщо підійти до нього творчо. Пропонуємо кілька ідей проєктів для учнів 10 класу. Ці проєкти допоможуть не лише зрозуміти поняття ймовірності, а й побачити реальне застосування в житті.

1. «Карнавал ймовірності» – учні створюють та тестують власні «ймовірності» ігри, демонструючи розуміння видів подій та розрахунку ймовірностей.
2. «Мій щоденник випадковостей» – створення щоденника спостережень за випадковими подіями у повсякденному житті, класифікуючи їх та оцінюючи їхню ймовірність.

Проект: «Карнавал ймовірностей» **ПАСПОРТ ПРОЄКТУ**

Актуальність проєкту: Сучасний підліток, як би він не захоплювався гаджетами та соціальними мережами, залишає за собою право з захопленням грати у настільні ігри. Тому аналіз такого захоплення і виявлення тематики ігор є актуальним. Аналіз вивченої теми дасть змогу обрати напрямок, який цікавий для дослідження та створення настільної гри на ймовірність.

Цілі проєкту та очікувані результати:

- дізнатися, які ймовірності ігри можна створити;
- виявити як позитивні, так і негативні аспекти їхнього використання;
- розробити гру за обраним напрямком;
- протестувати використання гри.

Завдання проєкту:

- Дізнатися, які види ігор цікавлять однолітків.
- Провести опитування серед учнів 10 класу, щоб створити рейтинг ігор, що подобаються найбільше.
- Зібрати та проаналізувати отримані дані, виявивши основні тенденції.
- Визначити позитивні та негативні сторони використання ймовірнісних ігор.
- Розробити ігри та апробувати їх.

Учасники проєкту: учні 10 класів.

Об'єкт дослідження: створені ймовірнісні ігри.

Предмет дослідження: ймовірнісна гра.

Тривалість проєкту: 1 тиждень.

Навчальні предмети, інтегровані в проєкті: математика, інформатика, українська мова, психологія.

Методи дослідження: аналіз літератури, опитування, анкетування, спостереження, статистичний аналіз даних.

Форма презентації: представлення створених ігор; проведення уроку настільних ігор.

ОПИС ПРОЄКТУ

Цей проєкт присвячений розробці ймовірнісних ігор учнями 10 класу. Ми дослідимо, які із запропонованих ігор найбільше цікавлять школярів, виявимо позитивні і негативні сторони такого явища, як «ймовірнісна гра». Проєкт дозволить учням не лише глибше зрозуміти актуальну проблему, а й розвинути дослідницькі, аналітичні та комунікативні навички.

Для ефективної роботи клас об'єднують у кілька груп, кожна з яких матиме свій тип гри для розробки:

Група 1: Гра «Колесо Фортуни»

Завдання: Створити обертове колесо з різними секторами (кольори, числа, зображення). Учні повинні розрахувати ймовірність випадання кожного сектора.

Результат: Зведений теоретичний огляд теми, підбір ключових термінів та понять, отримання гри для перевірки вміння знаходити ймовірність понять.

Група 2: Гра «Мішок сюрпризів»

Завдання: Підготувати мішок з різнокольоровими кульками (або іншими предметами). Заготовити формулювання подій для визначення ймовірності та видів подій.

Результат: Розроблені формулювання подій для визначення їх видів та ймовірності запропонованої події.

Група 3: Гра «Кубики удачі»

Завдання: Сформулювати події, що стосуються експерименту «підкидання кубиків», для яких потрібно буде визначати вид події та обчислювати ймовірність даної події.

Результат: Створений банк подій по експерименту «Підкидання кубиків» для актуалізації знань по темі «Випадкова подія. Ймовірність».

ПРЕЗЕНТАЦІЯ ПРОЄКТУ

Учасники готують проведення ігрового уроку із демонстрацією всіх створених ними ігор і готують презентацію у PowerPoint або Google Slides, у Canva, де демонструють опис та правила гри.

Інтерактивні вправи

Ймовірність. Платформа LEARNING. ua. URL: <https://surl.li/nliykj>



1. <https://learning.ua/matematyka/pershyi-klas/dostovirni-nemozhlyvi-ta-vypadkovi-podii>



2. <https://learning.ua/matematyka/piatyi-klas/zadachi-na-imovirnist-a>

Тестові завдання для формувального оцінювання

Тести можна легко розробити на платформах LearningApps, Kahoot, Google Forms, Quizizz, Classtime та Всеосвіта.



Тест 1. «Види подій. Ймовірність випадкової події», який містить різні типи запитань. URL: <https://surl.lu/lunmbx>



Тест 2. «Ймовірність випадкової події». URL: <https://surl.it/weonwl>

Урок 2. ПОВТОРЮВАНІСТЬ ПОДІЙ. СТАТИСТИЧНА ЙМОВІРНІСТЬ. ПОБУДОВА ТАБЛИЦІ ЧАСТОТ, ДІАГРАМ

Мета уроку:

- Ознайомити учнів з поняттям повторюваність подій, статистична ймовірність, таблицею частот. Формувати вміння побудови стовпчастої і кругової діаграм.
- Розвивати вміння аналізувати інформацію на основі спостережень, досліджень, експериментів.
- Формувати критичне мислення та навички прийняття рішень.
- Показати зв'язок математики з реальним життям.

Очікувані результати:

- вміє пояснити зміст статистичної ймовірності, абсолютної та відносної частоти;
- використовує математичні розрахунки для прийняття рішень;
- будує математичну модель проблемної ситуації, доречно добирає математичні засоби для побудови моделі

I. Мотиваційна задача: «Успіх стартапу: передбачити пепередбачуване»

Уявіть, що ви є частиною команди молодих, амбітних підприємців, які щойно запустили новий стартап. Ваш продукт – це інноваційний мобільний додаток для вивчення іноземних мов. Перші тижні роботи принесли цікаві результати, але ви помічаєте, що успіх не є стабільним. Кількість нових користувачів, які завантажують додаток щодня, сильно коливається.

Ваша мета – не просто спостерігати за цими коливаннями, а **передбачати їх і впливати на них**. Адже від цього залежить успіх вашого стартапу: скільки коштів ви зможете залучити від інвесторів, скільки нових функцій ви зможете додати, і врешті-решт, чи стане ваш додаток лідером на ринку.

Ваше завдання:

1. Зібрати дані: протягом місяця щодня фіксуйте кількість нових користувачів, які завантажили ваш додаток. Це ваші вихідні дані про повторюваність подій (завантажень додатку).
2. Побудувати таблицю частот: на основі зібраних даних згрупуйте їх за певними інтервалами (наприклад: 0-10 завантажень, 11-20 завантажень тощо) і підрахуйте, скільки разів кожна кількість завантажень зустрічалася.
3. Обчислити статистичну ймовірність: використовуючи таблицю частот, визначте ймовірність того, що в наступні дні кількість завантажень потрапить у певний діапазон. Наприклад, яка ймовірність того, що завтра додаток завантажуть від 30 до 40 разів?

4. Побудувати діаграми: створіть стовпчасту діаграму (гістограму) або кругову діаграму, щоб наочно продемонструвати розподіл частот і ймовірностей. Це дозволить вам швидко аналізувати дані та представляти їх інвесторам.

5. Зробити висновки та прийняти рішення: на основі проведеного аналізу ви маєте відповісти на ключові питання:

- Яка найбільш імовірна кількість щоденних завантажень вашого додатку?
- Чи є якісь закономірності у кількості завантажень (наприклад, більше завантажень у вихідні дні)?
- Як ці дані можуть допомогти вам у прийнятті стратегічних рішень щодо маркетингових кампаній, оновлень додатку чи планування ресурсів?

II. Теоретичний матеріал:

У повсякденному житті ми постійно стикаємося з подіями, які повторюються: щоденні поїздки на роботу, успіхи та невдачі в іграх, зміни погоди, кількість клієнтів у магазині. Аналіз цих повторюваних подій дозволяє нам краще розуміти навколишній світ, робити прогнози та приймати обґрунтовані рішення. Ми розглянемо основні поняття, що допомагають нам працювати з такими даними: повторюваність подій, статистична ймовірність, а також методи їх візуалізації – таблиці частот та діаграми.

1. Повторюваність подій

Подія – це будь-який результат спостереження або експерименту. Наприклад, випадання «орла» при підкиданні монети, кількість відвідувачів сайту за годину, оцінка, отримана на іспиті.

Повторюваність подій – це фіксація того, скільки разів певна подія відбулася протягом певного періоду часу або за певну кількість спостережень. Це основа для подальшого статистичного аналізу.

Приклад: Якщо ми кидаємо кубик 20 разів і записуємо, скільки разів випала кожна цифра (1, 2, 3, 4, 5, 6), ми досліджуємо повторюваність цих подій.

2. Статистична ймовірність (відносна частота)

Ймовірність - це кількісна міра можливості настання певної події. Вона виражається числом від 0 до 1 (або у відсотках від 0% до 100%).

Ймовірність 0 означає, що подія точно не відбудеться.

Ймовірність 1 означає, що подія точно відбудеться.

Існують різні підходи до визначення ймовірності, але в контексті повторюваних подій ми найчастіше маємо справу зі статистичною ймовірністю, або як її ще називають, відносною частотою.

Статистична ймовірність (або відносна частота) події A визначається як відношення кількості випадків, коли подія A відбулася (кількість сприятливих результатів), до загальної кількості проведених спостережень (кількість всіх можливих результатів).

Формула: $P(A) = m/n$, де: $P(A)$ – статистична ймовірність події A, m – кількість разів, коли подія A відбулася (частота події A), n – загальна кількість проведених спостережень (загальна частота).

Приклад: Якщо ми кинули монету 100 разів, і «орел» випав 48 разів, то статистична ймовірність випадання «орла» дорівнює: $P(\text{орел}) = 48/100 = 0,48$ або 48%.

Важливо розуміти, що статистична ймовірність є *емпіричною* мірою. Вона базується на фактичних даних і може змінюватися залежно від кількості проведених спостережень. Чим більше спостережень, тим точнішою стає оцінка статистичної ймовірності.

3. Побудова таблиці частот

Таблиця частот – це спосіб організації даних, який показує, скільки разів (частота) кожне значення або діапазон значень з'являється у наборі даних. Вона є першим кроком до візуалізації та аналізу повторюваних подій.

Елементи таблиці частот:

Значення (або інтервали значень): Це категорії подій або діапазони, в які потрапляють числові дані.

Абсолютна частота : Кількість разів, скільки певне значення або значення з певного інтервалу з'явилося у наборі даних.

Відносна частота : Частка, яку становить абсолютна частота певного значення або інтервалу від загальної кількості спостережень. Обчислюється як загальна кількість спостережень абсолютна частота. Це і є статистична ймовірність для даного значення / інтервалу.

Кумулятивна (накопичена) частота: Сума абсолютних частот до певного значення або інтервалу включно. Показує, скільки спостережень припадає на дане значення і всі попередні.

Кумулятивна відносна частота: Сума відносних частот до певного значення або інтервалу включно.

4. Кроки побудови таблиці частот:

Збір даних: Запишіть усі результати спостережень.

Визначення діапазонів (якщо дані числові і їх багато): Якщо у вас великий діапазон числових значень, розділіть їх на групи (інтервали). Наприклад, для оцінок від 1 до 12 можна використовувати інтервали: 1-3, 4-6, 7-9, 10-12. Важливо, щоб інтервали не перетиналися і покривали весь діапазон даних.

Підрахунок абсолютної частоти: Для кожного значення або інтервалу підрахуйте, скільки разів воно зустрічається в даних.

Обчислення відносної частоти: Для кожного значення або інтервалу розділіть його абсолютну частоту на загальну кількість спостережень.

Побудова таблиці: Оформіть зібрані дані у вигляді таблиці з відповідними стовпцями.

Приклад таблиці частот (оцінки учнів за контрольну роботу):

Оцінка	Абсолютна частота (кількість учнів)	Відносна частота (статистична ймовірність)	Кумулятивна частота
7	2	$2/20=0,10$	2
8	5	$5/20=0,25$	7
9	8	$8/20=0,40$	15
10	3	$3/20=0,15$	18
11	2	$2/20=0,10$	20
Разом	20	1,00	

4. Діаграми

Діаграма – це графічне зображення даних, яке полегшує їхнє сприйняття, аналіз і порівняння. Діаграми допомагають швидко побачити закономірності, тренди та розподіли, які важко помітити в табличному вигляді.

Найбільш поширені типи діаграм для відображення частот:

4.1. Стовпчаста діаграма (Базова діаграма)

Призначення: Використовується для порівняння дискретних категорій або інтервалів даних.

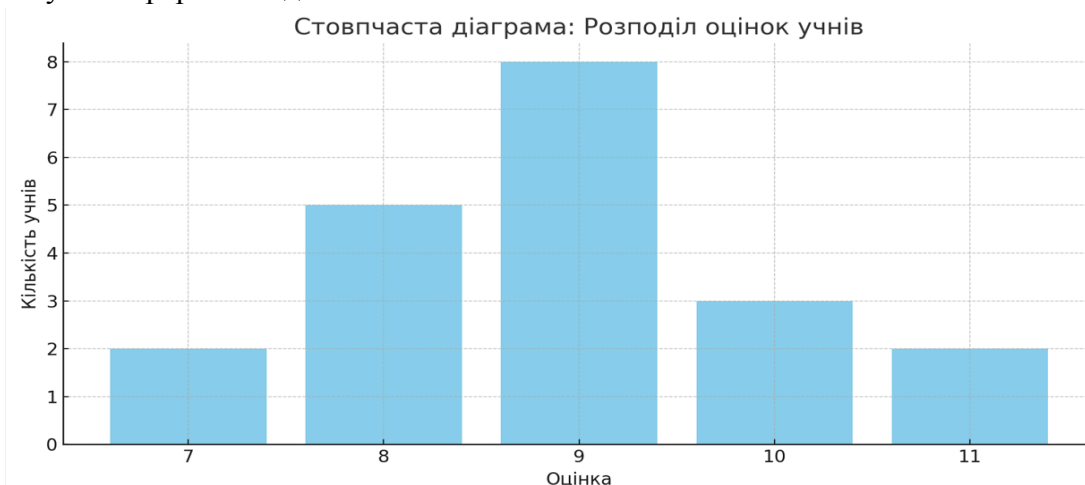
Будова: По горизонтальній осі (вісь X) відкладаються категорії або інтервали значень.

По вертикальній осі (вісь Y) відкладаються частоти (абсолютні або відносні).

Для кожної категорії або інтервалу будується стовпець, висота якого відповідає його частоті. Стовпці зазвичай розташовані на однаковій відстані один від одного.

Коли використовувати: Для категоріальних даних (наприклад, кольори автомобілів, види фруктів) або дискретних числових даних (наприклад, кількість дітей у сім'ї).

Особливість (Гістограма): Якщо дані є неперервними і згруповані в інтервали, стовпчаста діаграма називається гістограмою. У гістограмі стовпці *стикаються* один з одним, що символізує неперервність даних.



4.2. Кругова діаграма (Секторна діаграма)

Призначення: Використовується для відображення частки кожної категорії від цілого (100%).

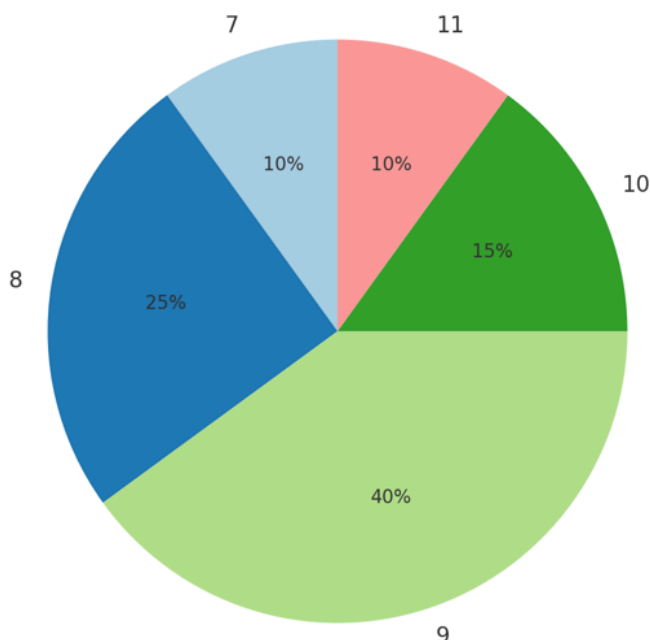
Будова: Коло представляє собою загальну суму (100% від усіх спостережень).

Кожна категорія представлена сектором кола, площа якого пропорційна її частці (відносній частоті) від загальної суми.

Кут сектора обчислюється як (відносна частота категорії) * 360 градусів.

Коли використовувати: Коли потрібно показати розподіл цілого на складові частини. Найкраще підходить для невеликої кількості категорій (3-7), інакше діаграма стає перевантаженою і важко читається.

Кругова діаграма: Розподіл оцінок учнів



Кроки побудови діаграм:

- Визначити тип діаграми. Залежить від типу даних та мети візуалізації.
- Визначити осі (для стовпчастої діаграми). Що буде на осі X, а що на осі Y.
- Масштабування. Обрати відповідний масштаб для осей, щоб діаграма була зрозумілою і не спотворювала дані.
- Побудова елементів. Намалювати стовпці або сектори відповідно до частот.
- Додати назви та легенди. Назва діаграми, підписи осей, легенда (якщо необхідно) для пояснення елементів.

Відеоуроки з теми:



Частотні таблиці та точкові діаграми. URL: <https://surl.li/nvuele>



Статистичні дані. Частота, гістограма і полігон частот. URL: <https://surl.cc/khsgdf>

III. Ілюстративні приклади

Приклад 1: Аналіз успішності рекламної кампанії в соціальних мережах.

Уявіть, що ви менеджер з маркетингу і запустили нову рекламну кампанію в Instagram, яка триває 20 днів. Щодня ви відстежуєте кількість кліків на ваше оголошення. Ваша мета – зрозуміти ефективність кампанії та прогнозувати майбутні результати.

Дані про кількість кліків за 20 днів: 15, 18, 22, 19, 25, 20, 18, 22, 28, 21, 19, 23, 20, 26, 17, 24, 20, 19, 22, 25.

1. Повторюваність подій.

Тут **подія** — це кількість кліків на рекламне оголошення за один день. Ми фіксуємо, скільки разів кожна кількість кліків (або діапазон кліків) з'являється у наших даних.

2. Побудова таблиці частот.

Оскільки дані мають широкий діапазон (від 15 до 28), зручно згрупувати їх в інтервали по 5 кліків:

- **15-19:** 15, 18, 19, 18, 19, 17, 19 (7 разів)
- **20-24:** 22, 20, 22, 21, 23, 20, 24, 20, 22 (9 разів)
- **25-29:** 25, 28, 26, 25 (4 рази)

Загальна кількість днів (спостережень): $7+9+4=20$.

Таблиця частот:

Інтервал кліків	Абсолютна частота (кількість днів)	Відносна частота (статистична ймовірність)	Кумулятивна частота	Кумулятивна відносна частота
15-19	7	$7/20=0,35$	7	0,35
20-24	9	$9/20=0,45$	$7+9=16$	$0,35+0,45=0,80$
25-29	4	$4/20=0,2$	$16+4=20$	$0,80+0,2=1,00$
разом	20	1,00		

3. Статистична ймовірність (з таблиці).

- Ймовірність того, що в довільний день кількість кліків буде в межах 15-19, становить 0,35 (або 35%).
- Ймовірність того, що кількість кліків буде в межах 20-24, становить 0,45 (або 45%).
- Ймовірність того, що кількість кліків буде в межах 25-29, становить 0,20 (або 20%).

Це допомагає вам оцінити, які результати найбільш імовірні для вашої рекламної кампанії. Наприклад, найімовірніше, що кількість кліків на день буде від 20 до 24.

4. Побудова діаграм

а) Гістограма (для інтервальних даних):

вісь X: Інтервали кількості кліків (15-19, 20-24, 25-29);

вісь Y: Кількість днів (абсолютна частота).

Ця гістограма візуально підтверджує, що найбільша кількість днів (9) припадає на інтервал 20-24 кліки.

Приклад 2: Виробничий контроль якості

На заводі з виробництва лампочок контролюють кількість бракованих виробів у партії з 1000 штук. Протягом 10 днів вимірювали кількість бракованих лампочок у кожній партії.

Кількість бракованих лампочок за 10 партій: 5, 7, 6, 5, 8, 7, 5, 6, 7, 9.

1. Повторюваність подій.

Подія — кількість бракованих лампочок у партії.

2. Побудова таблиці частот.

Тут у нас дискретні значення, тому ми не будемо використовувати інтервали.

Таблиця частот:

Кількість браку	Абсолютна частота (Кількість партій)	Відносна частота (Статистична ймовірність)	Кумулятивна частота
5	3	$3/10=0,3$	3
6	2	$2/10=0,2$	5
7	3	$3/10=0,3$	8
8	1	$1/10=0,1$	9
9	1	$1/10=0,1$	10
Разом	10	1,0	

3.

Статистична ймовірність

- Ймовірність виявити 5 бракованих лампочок у партії становить **0,3** (30%).
- Ймовірність виявити 9 бракованих лампочок у партії становить **0,1** (10%).

4. Побудова діаграм

Стовпчаста діаграма (для дискретних значень):

- Вісь X: Кількість бракованих лампочок.
- Вісь Y: Кількість партій (абсолютна частота).

Ця діаграма наочно показує, що найчастіше в партії зустрічається 5 або 7 бракованих лампочок, тоді як 8 або 9 бракованих – рідше.

IV. Розв'язування практичних задач: (робота в групах)

Приклад 1: Аналіз трафіку на сайті інтернет-магазину

Ситуація: Ви працюєте аналітиком даних в інтернет-магазині, який продає товари для рукоділля. Керівництво просить вас проаналізувати активність відвідувачів на сайті, щоб краще розуміти поведінку клієнтів та оптимізувати рекламні кампанії. Вам надано дані про кількість унікальних відвідувачів сайту за останні 30 днів.

Дані (кількість унікальних відвідувачів на день): 320, 350, 310, 330, 380, 360, 340, 320, 370, 390, 400, 350, 330, 360, 380, 410, 370, 340, 350, 390, 420, 360, 330, 350, 370, 380, 400, 340, 360, 390.

Завдання:

1. **Згрупуйте дані:** Розбийте дані про відвідуваність на 5 рівних інтервалів (наприклад, 300-329, 330-359 і т.д.). Обґрунтуйте свій вибір інтервалів.

2. **Побудуйте таблицю частот:** Створіть таблицю, яка відображатиме **абсолютну** та **відносну частоту** для кожного інтервалу.

3. **Визначте статистичну ймовірність:** Виходячи з таблиці, обчисліть ймовірність того, що в довільний день кількість унікальних відвідувачів буде:

- менше 360;
- від 360 до 400 включно;
- більше 400.

4. **Побудуйте гістограму:** Наочно зобразіть розподіл відвідуваності за допомогою гістограми. Підпишіть осі та вкажіть назву діаграми.

5. **Напишіть звіт для керівництва:** На основі проведеного аналізу зробіть висновки. Який діапазон відвідуваності є найбільш імовірним? Чи є якісь аномалії? Які **рекомендації** ви можете дати щодо планування маркетингових кампаній або оптимізації ресурсної бази сайту, виходячи з цих даних?

Приклад 2: Аналіз успішності навчальних матеріалів

Ситуація: Ви вчитель математики, і ви розробили новий комплект навчальних матеріалів для підготовки до НМТ. Щоб оцінити його ефективність, ви провели тестове опитування серед 25 учнів, які користувалися цими матеріалами. Вам відомі бали, які набрали учні (за 100-бальною шкалою).

Дані (бали учнів): 75, 82, 68, 91, 78, 85, 70, 72, 88, 79, 95, 65, 80, 83, 76, 90, 74, 81, 86, 77, 92, 69, 84, 73, 89.

Завдання:

1. **Класифікуйте результати:** Розділіть бали на категорії успішності:

- "Низький рівень" (менше 70 балів)
- "Середній рівень" (від 70 до 84 балів)
- "Достатній рівень" (від 85 до 94 балів)
- "Високий рівень" (95 балів і вище)

2. **Побудуйте таблицю частот:** Для кожної категорії визначте **абсолютну** та **відносну частоту**.

3. **Оцініть ймовірності:** Обчисліть статистичну ймовірність того, що випадково обраний учень, який користувався матеріалами, отримає:

- "Високий рівень" підготовки.
- Не менше "Достатнього рівня".

4. **Створіть кругову діаграму:** Візуалізуйте розподіл учнів за рівнями успішності за допомогою кругової діаграми. Обов'язково вкажіть відсотки для кожного сектора.

5. **Зробіть педагогічні висновки:** На основі аналізу даних, оцініть ефективність розроблених матеріалів. Які висновки можна зробити про успішність учнів? Чи потрібно коригувати навчальні матеріали? Запропонуйте конкретні дії для покращення результатів, якщо це необхідно.

Приклад 3: Прогнозування попиту на сезонний товар

Ситуація: Ви менеджер із закупівель у великій мережі супермаркетів. Наближається літо, і вам потрібно замовити певну кількість морозива. Щоб уникнути надлишку або дефіциту товару, ви вирішили проаналізувати продажі морозива за минуле літо (60 днів). Вам відомі дані про кількість проданих порцій морозива на день.

Дані (кількість проданих порцій на день): (Дані мають бути надані, наприклад, 60 чисел від 100 до 500, які імітують щоденні продажі.) Наприклад: 120, 150, 130, 180, 200, 160, 140, 120, 190, 210, 220, 170, 150, 180, 200, 230, 190, 160, 170, 210, 240, 180, 150, 170, 190, 200, 220, 160, 180, 210, 230, 190, 170, 190, 200, 220, 240, 180, 160, 190, 210, 230, 250, 200, 170, 190, 210, 230, 250, 220, 180, 200, 220, 240, 260, 230, 190, 210, 230, 250.

Завдання:

1. **Визначте діапазони попиту:** Розділіть дані про продажі на 6-7 рівних інтервалів (наприклад, 100-149, 150-199, 200-249 і т.д.).

2. **Складіть таблицю частот:** Вкажіть **абсолютну** та **відносну частоту** для кожного інтервалу.

Підрахунок частот:

Давайте пройдемося по кожному значенню у вибірці та визначимо, до якого інтервалу воно належить.

Інтервал 100-149: 120, 130, 140, 120. *Абсолютна частота: 4*

Інтервал 150-199: 150, 180, 160, 190, 170, 150, 180, 190, 160, 170, 180, 150, 170, 190, 160, 180, 190, 170, 190, 180, 160, 190, 170, 190. Абсолютна частота: 25

Інтервал 200-249: 200, 210, 220, 200, 230, 210, 240, 200, 220, 210, 230, 200, 220, 240, 210, 230, 220, 200, 220, 240, 230, 210, 230. Абсолютна частота: 27

Інтервал 250-299 (додатковий, щоб врахувати всі значення): 250, 250, 260, 250. Абсолютна частота: 4

Обчислення відносних частот

Інтервал 100-149: відносна частота = $4/60 \approx 0,0667$

Інтервал 150-199: відносна частота = $25/60 = 0,4167$

Інтервал 200-249: відносна частота = $27/60 \approx 0,4500$

Інтервал 250-299: відносна частота = $4/60 \approx 0,0667$

3. Оцініть ризики та можливості: На основі відносних частот обчисліть ймовірність того, що щоденний попит на морозиво становитиме:

- менше 150 порцій;
- більше 250 порцій;
- від 200 до 249 порцій.

Загальні висновки та рекомендації

Найбільш імовірний попит знаходиться в діапазоні від 150 до 249 порцій (сума відносних частот: $0,4167 + 0,4500 = 0,8667$, або 86,67%). Це вказує на те, що ваш бізнес може з високою ймовірністю очікувати попит у цьому діапазоні.

Ризики затоварення (попит < 150) та дефіциту (попит > 250) є відносно низькими (по 6,67% кожен).

Для подальшого покращення планування запасів було б корисно: зібрати більше даних, щоб точніше оцінити ймовірності. Розглянути можливість створення додаткових, більш вузьких інтервалів, щоб отримати більш детальне уявлення про розподіл попиту. Проаналізувати зовнішні фактори, які можуть впливати на попит (погода, сезонність, свята, маркетингові акції), щоб робити більш точні прогнози.

4. Візуалізуйте дані: Побудуйте **стовпчасту діаграму (гістограму)**, що показує розподіл щоденних продажів (використовуючи такі інструменти, як Microsoft Excel, Google Sheets).

5. Прийміть управлінське рішення: На основі проведеного аналізу:

- **Який діапазон щоденних продажів морозива є найбільш імовірним?** (Найбільш імовірним діапазоном щоденних продажів морозива є від 200 до 249 порцій. Цей інтервал має найвищу відносну частоту — 0,4500 (або 45%), що значно перевищує ймовірності інших діапазонів. Це означає, що майже в половині випадків щоденний попит очікується саме в цьому інтервалі.)

- **Яку середню кількість порцій морозива ви б рекомендували замовляти на день, щоб мінімізувати ризики?** (Для мінімізації ризиків затоварення (надлишок товару) та дефіциту (нестача товару), рекомендується замовляти кількість морозива, що відповідає центру найбільш імовірного діапазону або трохи вище середнього значення всієї вибірки, з урахуванням того, що ризик дефіциту може бути більш критичним (втрачені продажі, незадоволені клієнти).

Виходячи з розподілу:

Ймовірність попиту менше 150 порцій (ризик затоварення) становить 6,67%.

Ймовірність попиту більше 250 порцій (ризик дефіциту) становить 6,67%.

Ймовірність попиту в оптимальному діапазоні (200-249) становить 45%.

Ймовірність попиту в діапазоні 150-199 становить 41,67%.

Оскільки діапазони 150-199 та 200-249 є найчастішими, і сумарно охоплюють 86,67% усіх спостережень, рекомендацією є замовлення середньої кількості порцій морозива близько 200-220 на день.

- **Які додаткові фактори (наприклад, прогноз погоди, рекламні акції) ви б врахували, покладаючись на ці статистичні дані, для більш точного прогнозування?**

Покладаючись на ці статистичні дані, для більш точного прогнозування щоденних продажів морозива необхідно врахувати наступні додаткові фактори:

- Прогноз погоди:

Це один із найважливіших факторів для продажів морозива. Спекотна і сонячна погода значно збільшує попит, тоді як дощ або прохолода його знижують. Потрібно аналізувати прогноз температури, опадів та сонячних годин.

- Рекламні та маркетингові акції:

Будь-які знижки, спеціальні пропозиції, рекламні кампанії чи згадки в ЗМІ (соціальні мережі, місцеві новини) можуть суттєво вплинути на попит. Важливо планувати замовлення з урахуванням запланованих акцій.

- Сезонність:

Хоча наші дані вже відображають певну сезонність, варто враховувати загальні тренди для різних місяців. Попит на морозиво зазвичай зростає влітку та падає взимку.

- Дні тижня та свята:

Попит може відрізнятись в будні та вихідні дні, а також у святкові дні. Наприклад, у вихідні або на свята попит може бути вищим.

- Місцеві події:

Проведення фестивалів, концертів, спортивних заходів або шкільних канікул у вашому районі може різко збільшити попит.

- Ціни конкурентів та власна цінова політика:

Зміни цін на морозиво у конкурентів або зміни ваших власних цін можуть вплинути на обсяги продажів.

- Економічна ситуація:

Загальна економічна стабільність та купівельна спроможність населення можуть впливати на споживчі витрати, включаючи попит на морозиво.

- Нові продукти або смаки:

Запуск нових смаків або видів морозива може викликати сплеск попиту.

Інтерактивні завдання



URL: <https://learningapps.org/watch?v=pk1wnd0v325>



URL: <https://learningapps.org/watch?v=pmepnpq9325>

Урок 3. ПОНЯТТЯ РИЗИКУ: КОЛИ ЙМОВІРНІСТЬ ВАЖЛИВА (МЕДИЦИНА, ЕКОНОМІКА, ТРАНСПОРТ). ВИЗНАЧЕННЯ ПРИЙНЯТНОГО РИЗИКУ

Мотиваційна ситуація: Уявіть, що у вашому місті почалася епідемія небезпечної хвороби. Вчені розробили нову вакцину, яка у 95% випадків захищає від зараження. Проте у 5% людей вакцина може не подіяти, а ще у дуже рідкісних випадках можуть виникнути побічні ефекти.

Перед вами стоїть вибір: вакцинуватися чи ні. Ви чуєте різні думки — хтось боїться побічних ефектів, а хтось довіряє науці. Від вашого рішення залежить не лише ваше здоров'я, а й здоров'я людей навколо, адже якщо більшість вакцинується, хвороба не зможе поширюватися.

Щоб прийняти правильне рішення, потрібно оцінити ймовірність захворіти з вакциною і без неї, а також ризик побічних ефектів. Математика допомагає зважити всі «за» і «проти», оцінити ризики та зробити вибір, який може врятувати життя вам і вашим близьким.

Запитання для учнів:

- Як ви вважаєте, чому навіть при невеликому ризику побічних ефектів вакцинація залишається важливою?

- Яку роль відіграє ймовірність у прийнятті рішення про вакцинацію?
- Як можна математично обґрунтувати свій вибір?

Ця ситуація показує, що ймовірність і аналіз ризиків допомагають приймати важливі рішення у сфері здоров'я, захищаючи не лише себе, а й інших.

Мета уроку:

- Ознайомити учнів з поняттям ризику у сфері медицини та його математичним обґрунтуванням.
- Розвивати вміння аналізувати інформацію на основі ймовірностей.
- Формувати критичне мислення та навички прийняття рішень.
- Показати роль математики у реальному житті — через медицину.

Очікувані результати:

Після уроку учень зможе:

- пояснити, що таке медичний ризик;
- порівнювати і обчислювати ймовірності подій;
- використовувати математичні розрахунки для прийняття рішень;
- аргументувати вибір лікування з точки зору ризику.

Тип уроку: урок-проект (інтегрований: математика + медицина).

ВСТУП (Мотиваційна частина)

Учитель починає урок з демонстрації проблемної ситуації на слайді / дошці:

Препарат «А» рятує життя у 95% випадків. Але у 0,01% пацієнтів — важкі ускладнення. Ти погодишся на лікування?

Питання до класу:

- Як ви зрозуміли поняття «ризик» у цьому прикладі?
- Що важливіше: ймовірність чи наслідок?
- Чи можна назвати ризик обґрунтованим?

Учитель підсумовує: «Сьогодні ми поговоримо про ризики в медицині, навчимося їх аналізувати та приймати рішення на основі математики».

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1. Що таке ймовірність?

Ймовірність — це числова міра можливості настання певної події. Вона показує, наскільки ймовірно, що подія відбудеться.

Ймовірність події P завжди знаходиться у межах від 0 до 1 (або від 0% до 100%):

- $P(A) = 0$ - подія неможлива;

- $P(A) = 1$ - достовірна подія;
- $0 < P(A) < 1$ - випадкова подія.

2. Що таке ризик?

Ризик — це ймовірність настання небажаної (негативної) події. У повсякденному житті ризик часто пов'язаний із можливими втратами, шкодою чи небезпекою.

3. Взаємозв'язок ймовірності та ризику

Ризик — це окремий випадок ймовірності, коли нас цікавить саме негативний результат. Наприклад, ризик захворіти, ризик втратити гроші, ризик потрапити у ДТП.

4. Де важлива ймовірність і ризик?

- Медицина: оцінка ризику ускладнень, ефективності лікування, ймовірності захворіти.

- Економіка: ризик втрати інвестицій, ймовірність прибутку чи збитків.

- Транспорт: ймовірність аварій, ризик для пасажирів і водіїв.

5. Як обчислюють ймовірність ризику?

Ймовірність ризику обчислюють як відношення кількості небажаних випадків до загальної кількості можливих випадків: $P = \frac{\text{кількість небажаних випадків}}{\text{загальна кількість випадків}}$

6. Чому важливо вміти оцінювати ризик?

Оцінка ризику допомагає приймати обґрунтовані рішення, уникати небезпеки, зменшувати втрати та захищати себе і оточуючих.

Висновок:

Ймовірність і ризик — це важливі поняття, які допомагають аналізувати ситуації у різних сферах життя та приймати правильні рішення.

ІЛЮСТРАТИВНІ ПРИКЛАДИ

Пояснення понять (рис 1, 2):



Рисунок 1. Формула розрахунку ризику



Рисунок 2. Пояснення поняття «прийнятний ризик»

Ризик завжди передбачає ймовірнісний характер результату, при цьому в основному під словом ризик найчастіше розуміють ймовірність отримання несприятливого результату (втрат), хоча його можна описати і як ймовірність отримати результат, відмінний від очікуваного.

Ризик в основному оцінюють ймовірнісною характеристикою (безрозмірною величиною від 0 до 1), але можуть використовувати і частоту реалізації ризику. Частота реалізації — це число випадків можливого прояву небезпеки за певний період часу. Наприклад, в рік, тоді одиниці виміру можуть бути такими — 1 / рік або люд / рік і т. д.



з Вікіпедії — вільної енциклопедії. URL: <https://surl.li/lekwzt>

Для аналізу ризиків можна використати наведені дані (табл.1, рис.3,4):
(таблиця 1)

Ситуація	Ймовірність побічного ефекту	Наслідок	Прийнятність
Парацетамол	0,1%	алергія	✓
Анестезія	0,0005%	смерть	✓ (альтернатива — 100% смерть без операції)
Щеплення від грипу	0,001%	слабкість	✓

Рисунок 3. Розподіл проведених вакцинацій за віковими групами пацієнтів станом на 16.05.2025р.

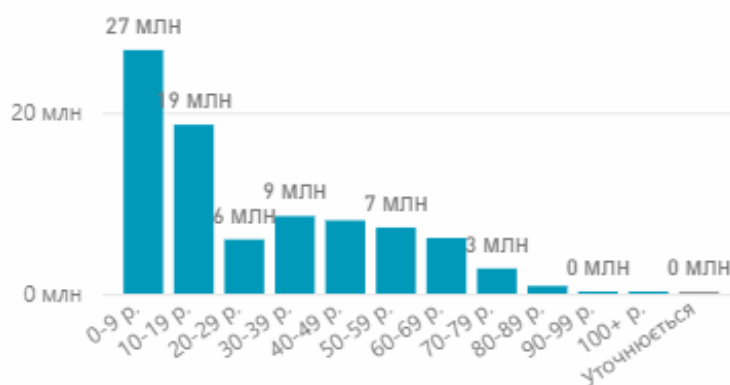
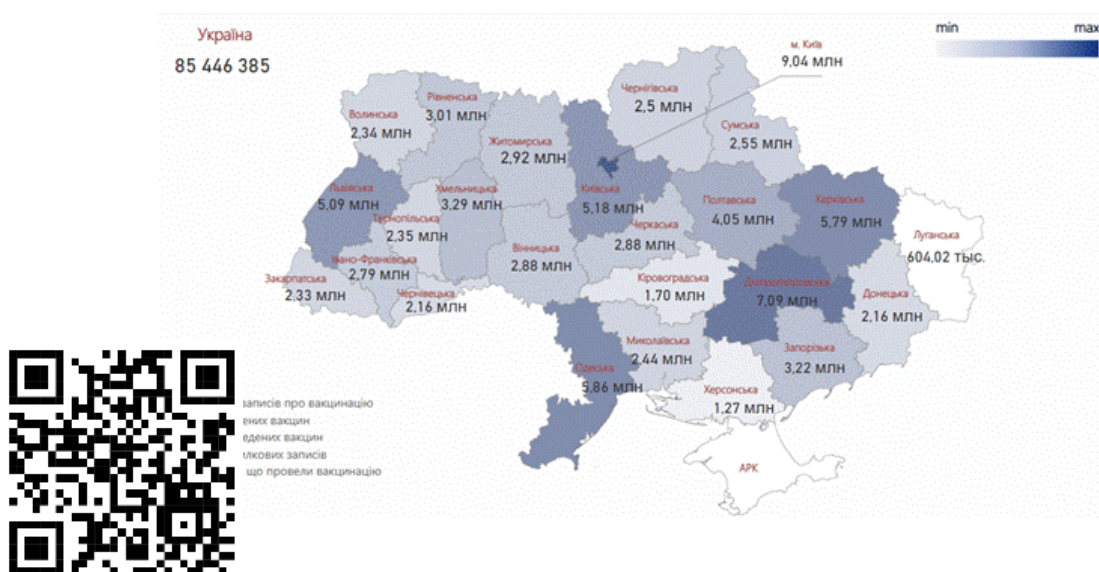


Рисунок 4. Розподіл введених вакцин за областями станом на 16.05.2025р.



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ. ПРИКЛАДИ КОМПЕТЕНТІСНИХ ЗАВДАНЬ

Задача 1: Уявіть собі, що ви фармацевт і вам потрібно проаналізувати створені ліки А і В.

Ліки А: побічні ускладнення — 2%, ефективність — 90%.

Ліки В: побічні ускладнення — 0,2%, ефективність — 70%.

Які ефективніші? Які безпечніші?

Розв'язання:

1. Аналіз ефективності

Ефективність – це ймовірність того, що ліки допоможуть пацієнту.

Для ліків А: $P_{\text{ефективність А}} = 90\% = 0,9$

Для ліків В: $P_{\text{ефективність В}} = 70\% = 0,7$

Порівняння: $0,9 > 0,7$

Висновок: Ліки А ефективніші, бо більша ймовірність одужання.

2. Аналіз безпечності

Безпечність – це ймовірність того, що не виникнуть побічні ускладнення.

Для ліків А: $P_{\text{ускладнення А}} = 2\% = 0,02$

Для ліків В: $P_{\text{ускладнення В}} = 0,2\% = 0,002$

Порівняння: $0,002 < 0,02$

Висновок: Ліки В безпечніші, бо менша ймовірність побічних ускладнень.

Задача 2:

Під час певної вакцинації ризик ускладнення — 1/100 000, а ризик померти від хвороби — 1/1000. У кого більший ризик?

Розв'язання:

Ризик ускладнення від вакцинації: $P_{\text{ускладнення}} = 0,00001 = 0,001\%$

Ризик померти від хвороби (без вакцинації): $P_{\text{померти}} = 0,001 = 0,1\%$

Порівняння ризиків: $0,1\% > 0,001\%$

Висновок: Ризик померти від хвороби у 100 разів більший, ніж ризик ускладнення від вакцинації. Більший ризик — у того, хто не вакцинується і може захворіти. Вакцинація значно безпечніша.

Задача 3:

Із 1 000 000 людей 10 000 хворіють, 1000 — помирають без вакцини. Побічні ефекти від щеплення з'являються у 10 осіб. Скільки життів можна врятувати шляхом вакцинування?

Розв'язання:

1. **Скільки людей помирають без вакцини?** Без вакцинації помирає 1000 людей.

2. **Скільки людей помре, якщо всі вакциновані?** Якщо всі вакциновані, смертей від хвороби немає (вакцина захищає). Побічні ефекти – 10 осіб, але не смертельні випадки (за умовою).

3. **Скільки життів можна врятувати?**

- Було б 1000 смертей без вакцини.
- З вакцинацією – 0 смертей (тільки 10 випадків побічних ефектів, але не смертей).

Життів врятовано = $1000 - 0 = 1000$.

Відповідь: Вакцинація може врятувати 1 000 життів серед 1 000 000 людей.

Задача 4.

У місті з 50 000 жителів щороку на грип хворіє 2% населення. Вакцинація знижує ризик захворіти у 10 разів. Яка ймовірність захворіти на грип для вакцинованої людини? Скільки людей захворіє, якщо вакцинується половина населення?

Розв'язання:

1. Ймовірність захворіти без вакцини:
 $P_{\text{без вакцини}} = 2\% = 0,02$
0. Ймовірність захворіти з вакциною:
 $P_{\text{з вакцинуванням}} = 0,02 \cdot 10 = 0,002 = 0,2\%$
0. Половина населення вакцинована:
 $50000 : 2 = 25000$ вакцинованих, 25000 — ні.
0. Кількість хворих серед невакцинованих:
 $25000 \times 0,02 = 500$ (осіб)
0. Кількість хворих серед вакцинованих:
 $25000 \times 0,002 = 50$ (осіб)
0. Загалом захворіє:
 $500 + 50 = 550$ (осіб)

Відповідь: Ймовірність захворіти для вакцинованої людини — 0,2%. Якщо вакцинується половина населення, захворіє 550 людей.

Задача 5.

Пацієнту пропонують операцію, яка може врятувати життя. Ймовірність успішного результату операції — 95%. Ймовірність ускладнень після операції — 3%. Ймовірність смерті під час операції — 2%. Яка ймовірність того, що пацієнт виживе і не матиме ускладнень?

Розв'язання:

Ймовірність вижити і не мати ускладнень

- Ймовірність вижити: $1 - 0,02 = 0,98$ (98%)
 - Серед тих, хто вижив, ймовірність не мати ускладнень: $1 - 0,03 = 0,97$ (97%)
- Загальна ймовірність: $P(\text{вижити і без ускладнень}) = P(\text{вижити}) \times P(\text{без ускладнень}) = 0,98 \times 0,97 = 0,9506$
- У відсотках: $0,9506 \times 100\% = 95,06\%$

ГРУПОВА РОБОТА: Моделювання прийняття медичного рішення

Мета завдання:

Навчитися застосовувати ймовірність для прийняття обґрунтованих рішень у медицині, працювати в команді, аргументувати свою думку.

Завдання 1:

1. Обчисліть ймовірності з поданих даних.
2. Визначте, який ризик більший.
3. Зробіть висновок: погодитися на лікування / відмовитися?
4. Підготуйте коротку презентацію (1 хв) і обґрунтуйте вибір.

Приклади кейсів:

Група	Ситуація	Що обрати?
1	Ліки А (1% ускладнень) або Ліки В (менш ефективні, але безпечні)	Рахуємо і обираємо
2	Вакцинація чи ні (0,001% ускладнень або 1% померти без)	Аргументуємо
3	Курс для шкіри (5% легка побічка, 0,1% важка, 50% ефективність)	Ризик чи ні?

Завдання 2:

Ситуація: У лікарні є дві схеми лікування для пацієнтів із певною хворобою:

- Схема А: ймовірність одужання — 85%, ймовірність ускладнень — 10%.
- Схема В: ймовірність одужання — 75%, ймовірність ускладнень — 2%.

Завдання для групи:

1. Розрахуйте для кожної схеми:
 - Ймовірність того, що пацієнт одужає без ускладнень.
 - Ймовірність того, що пацієнт матиме ускладнення (незалежно від результату лікування).
2. Порівняйте результати та обговоріть:
 - Яка схема лікування є кращою, якщо головна мета — максимальна безпека для пацієнта?
 - Яка схема краща, якщо головна мета — максимальна ймовірність одужання?
2. Підготуйте коротку презентацію (2-3 хвилини) з висновками для класу.

Підказка: Для обчислення ймовірності «одужати без ускладнень» скористайтесь формулою: $P(\text{одужати і без ускладнень}) = P(\text{одужати}) \times (1 - P(\text{ускладнення}))$

Критерії оцінювання

Критерій	Максимум балів
Коректність математичних розрахунків	4
Ясність і логічність обґрунтування	4
Робота в команді, участь усіх учасників	2
Якість презентації результатів	2
Разом	12

Можливі теми для учнівських проєктів

- Вакцинація: реальний ризик ускладнень і користь для здоров'я.
- Ймовірність ускладнень після хірургічних операцій: аналіз статистики.
- Вплив інформації з інтернету на прийняття медичних рішень: ризики і наслідки.
- Ризик самолікування: чому важливо звертатися до лікаря.
- Ризик побічних ефектів при прийомі ліків: як оцінити і зменшити.

Приклад проєкту: Ризик у медицині: коли ймовірність рятує життя

Актуальність проєкту:

Проект допомагає навчитися оцінювати ризики у сфері медицини, адже від цього часто залежить здоров'я та життя людини. Проект допоможе зрозуміти, як ймовірність і математичний аналіз допомагають лікарям і пацієнтам приймати обґрунтовані рішення щодо лікування, вакцинації чи профілактики. Це сприятиме розвитку критичного мислення, навичок аналізу інформації та відповідального ставлення до власного здоров'я.

Мета проєкту: навчити учнів застосовувати ймовірнісні та статистичні методи для аналізу ризиків у медицині, розвивати навички збору, обробки та візуалізації даних, а також формувати вміння робити обґрунтовані висновки щодо безпеки та ефективності медичних рішень.

Очікувані результати:

Учні зможуть:

- обчислювати ймовірності та ризики у медичних ситуаціях;
- інтерпретувати отримані результати;
- аналізувати, як ймовірність впливає на прийняття рішень у медицині;
- розвивати критичне мислення та навички презентації.

Завдання проєкту:

• **Збір даних:** Опитайте однолітків або використайте відкриті джерела для отримання інформації про ставлення до вакцинації, медичних процедур, частоту звернень до лікаря, випадки ускладнень тощо.

• **Обробка та аналіз:** Для зібраних даних обчисліть ймовірності (наприклад, ризик ускладнень, ймовірність позитивного результату лікування), побудуйте діаграми для візуалізації ризиків.

• **Висновки та презентація:** Проаналізуйте отримані дані, визначте основні фактори ризику, підготуйте творчу презентацію своїх відкриттів.

Учасники проєкту: учні 10 класів.

Тривалість проєкту: 1 тиждень.

Навчальні предмети, інтегровані в проєкті: математика, інформатика, біологія, основи здоров'я, громадянська освіта.

Форма презентації: відкрите заняття з математики зі звітуванням про результати роботи.

ОПИС ПРОЄКТУ

I. ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКІВ ДІЯЛЬНОСТІ. ЗАВДАННЯ ДЛЯ ГРУП

Клас об'єднується у групи за інтересами.

1. Кожна група обирає, що буде досліджувати:
 - ризики вакцинації,
 - ризики хірургічних операцій,
 - ризики самолікування,
 - ризики відмови від профілактики.
2. Учні опитують певну кількість респондентів (наприклад, 30-50 осіб) або збирають дані з відкритих джерел (статистика МОЗ, ВООЗ, наукові публікації).



Корисні посилання:



Платформа World Health Organization. URL: <https://surl.lu/kzxoza>

Запитання для обговорення:

- «Чи робили ви щеплення протягом останнього року?»
- «Чи стикалися ви або ваші знайомі з ускладненнями після медичних процедур?»
- «Які фактори впливають на ваше рішення щодо лікування?»

II. РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТИ ТА ЗАВДАНЬ ПРОЄКТУ

0. Скласти частотні таблиці для кожного аспекту (наприклад, кількість вакцинованих, кількість ускладнень, кількість позитивних результатів лікування).

• Визначити ймовірність (ризик) ускладнень, успішного лікування, відмови від лікування.

- Обчислити середню кількість звернень до лікаря, частоту ускладнень тощо.
- Побудувати діаграми для візуалізації ризиків та позитивних результатів.
- Визначити медіану/моду для кількісних показників (наприклад, вік респондентів, кількість процедур).

0. Проаналізувати, які ризики є найбільш поширеними серед молоді.

0. Зробити висновки про вплив інформації, медіа, порад знайомих на прийняття медичних рішень.

0. Порівняти реальні ризики з уявленнями респондентів (наприклад, чи переоцінюють люди ризик ускладнень від вакцини порівняно з ризиком захворіти).

III. ПРЕЗЕНТАЦІЯ - ЗАХИСТ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРОЄКТУ

0. Створити «Медичний ризик-ТОП» класу/школи у вигляді:

- Відеоблогу з інфографікою.
- Інтерактивної презентації з вбудованими графіками.
- Стінгазети або онлайн-публікації.

Електронні ресурси та платформи для створення проєкту:

• **Створення презентацій:** Canva (простий інтерфейс, багато шаблонів, можна вставляти відео/аудіо), Google Slides (онлайн-презентації, легко редагувати разом з учнями), Genially (інтерактивні презентації, можна додавати вікторини, графіки, анімацію).

• **Створення відео:** Canva Video (швидке відео з шаблонів, є готові анімації, титри, музика).

• **Створення дописів/інфографіки:** Figma (створення макетів постів, спільна робота в реальному часі, можна додавати карти, іконки, графіки), ChatGPT (створення тексту до постів / публікацій).

• **Для спільної роботи учнів:** Padlet (онлайн-дошка для колективної роботи), Jamboard (спільна візуальна дошка від Google).

ЗАКЛЮЧНА ЧАСТИНА. РЕФЛЕКСІЯ

Обговорення:

- Чому важливо знати ймовірність у медицині?
- Які ризики ви б назвали прийнятними?
- Чи можна уникнути ризику повністю?
- Підсумкове запитання до класу:
- **«Чи може бути виправданим ризик 0,01% задля врятованих тисяч життів?»**

Тестові завдання

1. Який із наведених ризиків зазвичай є найбільшим у медицині?
A. Побічні ефекти від вакцини (1 випадок на 100 000)
B. Захворіти без вакцинації (1 випадок на 1 000)
C. Прийом вітамінів
2. Якщо ймовірність ускладнень після процедури – 0,5%, як це записати у вигляді дробу?
A. 1/2
B. 1/200
C. 1/20
3. Який варіант відповіді найближче відповідає терміну «ризик» у медицині?
A. Ймовірність настання небажаної події
B. Успішність лікування
C. Кількість пацієнтів у лікарні
4. Що допомагає найбільше знизити ризик інфікування у лікарні?
A. Часте миття рук та дезінфекція
B. Вживання солодощів
C. Використання мобільного телефона під час прийому їжі
5. Якщо вакцина ефективна у 98% випадків, яку ймовірність захворіти має вакцинована людина?
A. 98%
B. 2%
C. 0,02%

Урок 4. ЯК ПРИЙМАТИ РІШЕННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ. ОЦІНКА РИЗИКІВ У ФІНАНСАХ, ЗДОРОВ'Ї, ПОВЕДІНЦІ

Математика – один із мостів, що об'єднують гуманітарне і природничо-наукове мислення

Мойсєєв М.М.

Мотиваційні запитання / вправи / ситуації

Фінанси:

1. Ситуація. У тебе є 5 000 грн. Ти можеш або купити новий смартфон, або вкласти гроші в онлайн-курси, або відкласти в банк з низьким відсотком. *Яке рішення ти приймеш і чому? Які ризики має кожен вибір?*

2. Ти плануєш купити електросамокат, але побоюєшся поломки чи крадіжки. *Чи купуватимеш ти страховку? Як би ти оцінив ризик і вартість прийнятого рішення?*

Здоров'я:

1. Твої друзі пропонують прогуляти уроки для відпочинку на природі. *Які наслідки такого рішення в коротко- і довгостроковій перспективі?*

2. Ти хворієш, але маєш важливе ЗНО чи змагання. *Чи підеш? Як зважити між здоров'ям і відповідальністю?*

Поведінка / Соціальні ситуації:

1. Друг кличе тебе взяти участь у «легкому заробітку» в інтернеті. *Чи спробуєш? Як оціниш ймовірність обману або ризик репутації?*

2. Ти можеш збрехати вчителю, щоб отримати вигоду (оцінку, звільнення). *Чи варто ризикувати? Як це вплине на довіру до тебе?*

Приклади запитань для обговорення:

Як часто ми приймаємо рішення, не знаючи точно результату?

Що таке «раціональне» рішення?

Як нам допомагає математика або логіка в оцінці ризику?

Теоретична частина відповідно до змісту

1. Що таке ризик і невизначеність?

Ризик — це ймовірність настання небажаних наслідків при виборі певного рішення.

Невизначеність — ситуація, коли результат майбутніх подій неможливо передбачити точно.

Приклад: купуючи акції, людина може як заробити, так і втратити гроші — це ризик. А коли не знаєш, як зміниться курс долара — це невизначеність.

2. Види ризиків у житті:

Сфера	Приклади ризиків
Фінанси	втрати грошей, борги, шахрайство
Здоров'я	хвороби, травми, залежності
Поведінка	конфлікти, покарання, зіпсована репутація

3. Алгоритм оцінки ризику і прийняття рішень

Ось простий алгоритм з 5 кроків, який допоможе діяти розумно в складних ситуаціях:

Крок 1: Опиши ситуацію. Що потрібно вирішити? Які є варіанти дій?

Приклад: Я хочу або купити смартфон у кредит, або накопичити сам.

Крок 2: Оціни можливі наслідки. Що може статися в кожному варіанті? Які позитивні й негативні наслідки?

Приклад: Кредит — швидко, але переплата. Накопичення — довше, але без переплат.

Крок 3: Оціни ймовірність ризику. Чи високий шанс негативного наслідку? Можна використати відсотки, частоти або шкалу від 1 до 5.

Приклад: Ризик втрати роботи (і неможливість виплатити кредит) — 20%.

Крок 4: Оціни шкоду, якщо ризик настане. Наскільки серйозні наслідки? Оціни грошову, емоційну або фізичну шкоду.

Приклад: Якщо не зможу платити за кредит — борги, штрафи.

Крок 5: Прийми зважене рішення. Порівняй варіанти. Обери той, де ризик менший або контрольований.

Рішення: Накопичити самостійно — менше ризику, трохи довше, але спокійніше.

3. Прості інструменти для оцінки ризиків

Метод	Як працює	Приклад
Матриця ризиків	Оцінка за шкалою: «ймовірність» × «шкода»	$2 \text{ (середня ймовірність)} \times 3 \text{ (висока шкода)} = 6 \text{ балів}$
Сценарний аналіз	Уявити найгірший, найкращий та середній варіанти	Найгірше — борг; найкраще — зекономив
Розрахунок очікуваної вартості (Е)	Вартість наслідків × ймовірність	$1\,000 \text{ грн} \times 10\% = 100 \text{ грн}$ (очікувані втрати)

4. Поради для розумного вибору:

- Не дійте імпульсивно — подумайте про наслідки.
- Використовуйте математику: обраховуйте суми, проценти, вірогідності.
- Порадьтеся з дорослими або експертами — це зменшує ризик.
- Оцінюйте емоційний стан — стрес може вплинути на рішення.

Приклад для тренування (міні-кейс):

Ситуація:

Ти плануєш підробіток улітку. Тобі пропонують варіант з високим доходом, але роботодавець неофіційний і не укладає договір.

Завдання: Опиши можливі ризики. Які наслідки можуть бути? Як їх уникнути? Яке рішення безпечніше?

6. Що таке дерево подій?

Дерево подій — це графічна модель, яка показує можливі варіанти рішень і наслідки, що можуть статися в результаті кожного вибору.

Основні елементи дерева подій:

Елемент	Позначення/вигляд	Опис
Вузол рішення	Квадрат	Момент, коли потрібно зробити вибір
Вузол випадку	Коло	Подія, що може відбутися з певною ймовірністю
Гілка	→ стрілка	Варіант дії або наслідку
Значення	Числовий/словесний запис	Виграш, прибуток або збиток, що очікується

Це дає змогу:

- порівняти варіанти рішень;
- оцінити ймовірність подій;

- розрахувати очікувані виграші чи втрати;
- прийняти найкраще рішення в умовах невизначеності або ризику.

Алгоритм побудови дерева рішень:

Крок 1. Визначте проблему / ситуацію.

Крок 2. Позначте початковий вузол рішення.

Крок 3. Від кожного рішення прокладіть гілки з можливими наслідками.

Крок 4. Позначте ймовірності біля кожної випадкової події.

Крок 5. Розпишіть виграш / збиток для кожного результату.

Крок 6. Розрахуйте очікувані значення для кожного варіанту.

Крок 7. Порівняйте очікувані значення і виберіть оптимальне рішення.

Приклад

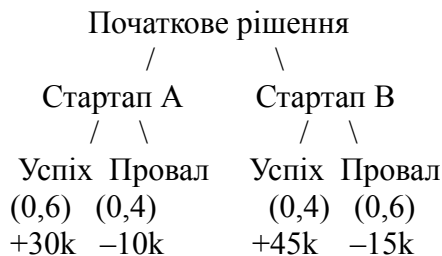
Ситуація: Підприємець планує вкласти кошти в один із двох стартапів:

Стартап А – прибуток 30 000 грн (ймовірність успіху 0,6); у разі провалу – збиток 10 000

грн.

Стартап В – прибуток 45 000 грн (ймовірність 0,4); збиток – 15 000 грн.

Побудова дерева подій:



Очікувані значення:

А: $0.6 \times 30\,000 + 0.4 \times (-10\,000) = 18\,000 - 4\,000 = \mathbf{14\,000 \text{ грн}}$

В: $0.4 \times 45\,000 + 0.6 \times (-15\,000) = 18\,000 - 9\,000 = \mathbf{9\,000 \text{ грн}}$

Висновок: Розумніше інвестувати у *Стартап А* — очікуваний дохід більший.

Застосування дерева подій:

- Прийняття фінансових рішень (вклади, інвестиції).
- Вибір стратегії лікування або поведінки у здоров'ї.
- Прогнозування результатів у невизначених ситуаціях (поведінка, ЗНО, страхування).

7. Міні-тест (4 питання)

Обери правильну відповідь.

1 бал за кожну правильну відповідь.

1. Що з наведеного є прикладом прийняття рішення в умовах невизначеності?

- А) Обчислення площі квадрата В) Купівля лотерейного квитка
 С) Складання таблиці множення Д) Розв'язання рівняння

(Правильна відповідь: В)

2. Якщо ймовірність події — 0,25, то це означає:

- А) 25 людей з 100 її очікують В) 25% шанс, що подія відбудеться
 С) Вона точно не станеться Д) Це дуже високий ризик

(Правильна відповідь: В)

3. Що таке "очікувана цінність"?

- А) Найгірший можливий результат
 В) Середнє значення виграшу або втрати з урахуванням ймовірностей
 С) Ризик, якого не можна уникнути Д) Максимальний прибуток

(Правильна відповідь: В)

4. У якій сфері оцінка ризиків НЕ має великого значення?

- А) Фінанси В) Здоров'я
С) Онлайн-ігри D) Поведінка на дорозі

(Правильна відповідь: С) (найчастіше там наслідки не критичні)

Ілюстративний приклад

Практична ситуація: «Чи варто страхувати велосипед?»

Олена щойно купила новий велосипед вартістю 18 000 грн. Вона користується ним щодня, щоб їздити до школи. Їй запропонували страхувати від крадіжки на 1 рік за 1 200 грн. **Умови:**

Якщо велосипед украдуть — вона отримує повну компенсацію.

Ймовірність крадіжки у її районі, за статистикою, — 4% на рік.

Олена має обмежений бюджет і сумнівається, чи варто платити за страхувати.



Запитання для аналізу:

1. Скільки грошей вона «втратить» у середньому, якщо не застрахувати велосипед?
2. Чи вигідна страховка з математичної точки зору?
3. Які інші фактори, крім цифр, може враховувати Олена (емоції, безпека, наявність сигналізації)?
4. Як би ти вирішив (-ла) на її місці? Чому?
5. **Додатково:** Порахувати очікувану вартість втрат.
6. Побудувати таблицю рішень (страхує / не страхує — наслідки в разі крадіжки / відсутності крадіжки).
7. Обговорити поняття страхового ризику й раціонального вибору умов невизначеності.

Розв'язання

Дано:

Вартість велосипеда = 18 000 грн

Вартість страховки = 1 200 грн/рік

Ймовірність крадіжки = 4% = 0,04

1. Скільки грошей вона «втратить» у середньому, якщо не застрахує велосипед?

Розраховуємо очікувану втрату: $18\,000 \times 0,04 = 720$ грн.

Отже, у середньому вона «ризикуює» втратити 720 грн на рік, якщо не страхується.

2. Чи вигідна страховка з математичної точки зору?

Страховка коштує 1 200 грн. Очікувана втрата без страховки 720 грн.

З математичної точки зору страхування менш вигідне, бо $1\,200 \text{ грн} > 720 \text{ грн}$.

Тобто вона переплачує за спокій і впевненість.

3. Які інші чинники може враховувати Олена?

Окрім математики, є нематеріальні фактори: внутрішній спокій та впевненість. Наскільки велосипед легко вкрасти (місце паркування, наявність сигналізації)? Чи зможе вона купити

новий велосипед, якщо його вкрадуть? Якщо район має більшу реальну ймовірність крадіжки — тоді страховка стає вигідною.

4. Особистий вибір: що вирішити?

Варіант 1 — страхувати:

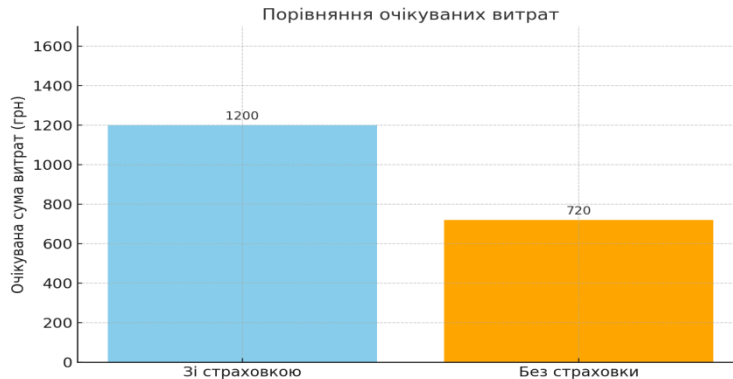
Якщо Олена цінує спокій, не має накопичень, або район небезпечний — краще заплатити 1 200 грн.

Варіант 2 — не страхувати:

Якщо вона готова ризикнути або має гарні умови зберігання — вигідніше відкладати ці 1 200 грн як «власний страховий фонд».

Висновок:

Страхування економічно не обов'язкове, але може бути психологічно доцільне.



Це приклад ситуації, де логіка, емоції та обставини впливають на рішення — і це нормально.

Відео уроки з теми

Управління ризиками і матриця ризиків

URL: <https://surl.lu/lllqmx>



Прийняття рішень в умовах невизначеності

URL: <https://youtu.be/diDUFkSUEYs>



Оцінка ризиків

URL: <https://youtu.be/lqX5D0CTNBc>



Тренувальні вправи Приклади компетентнісних завдань

1. Ситуація «Здорове харчування чи фастфуд: що вигідніше?»

Опис ситуації:

Данило вирішив протягом місяця самостійно харчуватися, бо влітку працює в іншому місті. Він має два варіанти:

Варіант А: Купувати фастфуд — це швидко, вартість 150 грн/день. Але, за даними МОЗ, при такому харчуванні протягом 30 днів ризик погіршення здоров'я (проблеми зі шлунком, тиском тощо) становить 25%. Якщо це станеться, ймовірна вартість лікування — 2 000 грн.

Варіант В: Готувати вдома. Це вимагає часу, але витрати на продукти — лише 100 грн/день. Імовірність проблем зі здоров'ям у такому випадку — 5%, а потенційна вартість лікування — та сама.

Запитання до учнів:

1. Обчисли загальні витрати на харчування за кожним варіантом протягом 30 днів.
2. Оціни очікувані додаткові витрати на лікування в обох варіантах.
3. Розрахуй загальні *очікувані витрати* (харчування + можливе лікування) для кожного варіанту.
4. Який варіант є вигіднішим економічно та безпечнішим з погляду здоров'я? Аргументуй.
5. Запропонуй ще один спосіб зменшити ризики у варіанті А, не змінюючи його повністю.

Розв'язання (приклад):

Витрати на харчування:

- Варіант А: $150 \text{ грн} \times 30 \text{ днів} = 4\,500 \text{ грн}$
- Варіант В: $100 \text{ грн} \times 30 \text{ днів} = 3\,000 \text{ грн}$

Очікувані витрати на лікування:

- Варіант А: $2\,000 \text{ грн} \times 0,25 = 500 \text{ грн}$
- Варіант В: $2\,000 \text{ грн} \times 0,05 = 100 \text{ грн}$

Очікувані загальні витрати:

- Варіант А: $4\,500 + 500 = 5\,000 \text{ грн}$
- Варіант В: $3\,000 + 100 = 3\,100 \text{ грн}$

Висновок:

Варіант В дешевший на 1 900 грн і менш ризикований. Данило витратить менше і ймовірніше залишиться здоровим. Варіант А має високу ймовірність ускладнень і обійдеться дорожче.

Як знизити ризик у варіанті А? Замовляти здоровіші страви, додавати фрукти, воду, уникати солодких напоїв.

Критерії оцінювання (12 балів):

1. Вірно обчислені витрати на харчування (2 бали)
2. Коректно розраховані очікувані витрати на лікування (2 бали)
3. Обґрунтовані очікувані загальні витрати (3 бали)
4. Аргументований вибір (3 бали)
5. Пропозиція щодо зниження ризику (2 бали)

2. Ситуація «Літній підробіток: ризик чи можливість?»

Опис ситуації:

Олена — учениця 10 класу — планує влітку підзаробити. Їй пропонують дві вакансії:

Варіант А: працювати на офіційному підприємстві 6 год/день за 180 грн/год, з підписанням договору та страховкою.

Варіант В: працювати неофіційно кур'єром — 240 грн/год, графік гнучкий, але без договору та гарантій.

Олена хоче працювати 30 днів. За неофіційною роботою є 15% імовірність затримки або не виплати зарплати. В такому випадку вона отримає лише 50% від суми.

Запитання до завдання:

1. Обчисли, скільки приблизно заробить Олена в обох варіантах, якщо відпрацює по 6 год/день протягом 30 днів.
2. Розрахуй очікувану заробітну плату за варіантом В, враховуючи ймовірність ризику.
3. Склади таблицю «Доходи / Ризики / Захист» для обох варіантів.
4. Який варіант ти вважаєш більш доцільним для Олени? Аргументуй свою відповідь.
5. Запропонуй один спосіб, як можна зменшити ризики у варіанті В.

Розв'язання (приклад відповіді):

Заробіток Олени за місяць:

- *Варіант А:* $180 \text{ грн} \times 6 \text{ год} \times 30 \text{ днів} = 32\,400 \text{ грн}$
- *Варіант В (без ризику):* $240 \text{ грн} \times 6 \text{ год} \times 30 \text{ днів} = 43\,200 \text{ грн}$

Очікувана зарплата у варіанті В з ризиком:

- Імовірність повної виплати: 85%
- Імовірність часткової виплати (50%): 15%

Очікувана виплата = $43\,200 \times 0.85 + (43\,200 \times 0.5) \times 0.15$
 = $36\,720 + 3\,240 = 39\,960 \text{ грн}$

Порівняльна таблиця:

Параметр	Варіант А	Варіант В
Очікуваний дохід	32 400 грн	39 960 грн
Ризик не виплати	0%	15% (може втратити 50%)
Юридичний захист	Є договір, страховка	Немає
Гнучкість графіка	Низька	Висока

Аргументована відповідь:

Варіант В дає більше грошей, але ризик є. Якщо Олена хоче стабільності і безпеки, краще Варіант А. Якщо вона готова ризикнути, можна обрати В. Але треба розуміти наслідки.

Зменшення ризику у варіанті В:

Попросити хоча б письмове підтвердження умов, домовитися про щотижневу оплату, або залучити батьків для перевірки роботодавця.

Критерії оцінювання (12 балів):

Критерій	Опис	Бал
1. Обчислення доходів	Коректно обчислені суми для обох варіантів	2 бали
2. Розрахунок очікуваного значення	Вірна формула та відповідь	3 бали
3. Аналітична таблиця	Чітко сформульовані ризики, плюси та мінуси	2 бали
4. Аргументація рішення	Логічна, з опорою на дані	3 бали
5. Пропозиція зі зниження ризику	Практична і конкретна	2 бали

Приклади практичних завдань

Вправа 1. Обери зважено

Ситуація:

Потрібно купити кросівки. Є два варіанти:

Варіант	Ціна	Імовірність браку	Витрати на ремонт у разі браку
Фірмові	3 000 грн	5%	0 грн (гарантія)
Ноунейм	2 000 грн	30%	800 грн

Завдання:

Обчисли очікувану вартість покупки кожного варіанта з урахування ризику. Обери кращий варіант покупки з урахуванням ризику.

Обґрунтуй свій вибір.

Вправа 2. Дерево здоров'я

Ситуація: Ти захворів / захворіла перед контрольною. Є два варіанти: піти на урок (ризик погіршити здоров'я) і залишитися вдома (ризик отримати погану оцінку)

Варіант	Імовірність доброго результату	Результат
Піти хворим (ою)	60%	Хороша оцінка, але гірше здоров'я
Залишитись вдома	100%	Відпочинок, але пропущений матеріал

Завдання:

Побудуй дерево подій.

Оціни кожен варіант за «корисністю»: здоров'я (макс 10), навчання (макс 10).

Яке рішення раціональніше?

Вправа 3. Соціальні рішення**Ситуація:**

Тетяна має запрошення на вечірку перед важливою підготовкою до екзамену. Вона може: піти й відпочити (імовірність недосипу — 80%) та залишитися вдома (імовірність ефективної підготовки — 70%).

Завдання:

Склади список ризиків і наслідків кожного варіанту.

Обчисли середню «користь» кожного (в балах або умовних одиницях).

Яке рішення запропонуєш Тетяні? Обґрунтуй.

Критерії оцінювання (за кожну вправу):

Критерій	Бал
Побудова логіки / дерева подій	3
Коректні розрахунки	3
Обґрунтування рішення	3
Оформлення	1
Усього	10

Кейс-ситуації**Кейс 1 «Телефон або страхівка?»****Ситуація:**

Ти купуєш новий телефон за 20 000 грн. Після покупки залишається 2000 грн. Продавець пропонує страхівку за 2000 грн, яка покриє повну вартість телефону, якщо він розіб'ється або зламається протягом року.

Імовірність, що телефон зламається — 10%.

Запитання: Чи варто купувати страховку? Яка очікувана втрата без страховки? Яка очікувана втрата зі страховкою?

Розв'язання: Без страховки:

Очікувана втрата = $0,1 \times 20\,000 = 2000$ грн

Зі страховкою:

Ти платиш 2000 грн незалежно від ситуації. Очікувана втрата = 2000 грн

Висновок:

Фінансово — рівнозначно, але з психологічної точки зору страховка дає спокій. Вибір залежить від твоєї готовності ризикувати.

Кейс 2: Вакцинація перед подорожжю

Ситуація:

Ти плануєш поїздку в екзотичну країну. Там поширена хвороба, проти якої є вакцина. Вартість вакцини: 800 грн. Імовірність захворіти без вакцини: 15%. Лікування хвороби: коштує 10 000 грн

Запитання: Яка очікувана втрата без вакцинації? Чи вигідно вакцинуватись?

Підказка:

Без вакцини: $0,15 \times 10\,000 = 1500$ грн

З вакциною: 800 грн

Висновок: Вакцина вигідна — менші очікувані втрати.

Кейс 3: Вибір транспорту на екзамен

Випускнику школи потрібно дістатися на НМТ. Варіант А — автобус: коштує 20 грн. Ймовірність запізнення через затор — 30%. Якщо запізнишся — нуль балів.

Варіант В — таксі: коштує 100 грн. Запізнення практично неможливе

Запитання: Чи варто платити більше за гарантію своєчасного прибуття?

Висновок: В умовах високих ставок краще обрати надійність, навіть якщо дорожче.

Кейс 4: Рішення про спортзал

Ти плануєш купити абонемент у спортзал за 2000 грн на 3 місяці. Але не впевнений, що будеш ходити. Ймовірність, що будеш регулярно відвідувати — 60%. Ймовірність, що перестанеш — 40%. Якщо ходиш — отримаєш користь і задоволення "на 3000 грн". Якщо не ходиш — втрата абонементу.

Запитання: Яка очікувана вигода? Чи варто купувати абонемент?

Кейс 5: Смартфон зі знижкою або чекати?

Тимур хоче придбати собі новий телефон. У магазині смартфон коштує 15 000 грн. Продавець каже: «Наступного місяця можлива знижка до 12 000 грн». Імовірність знижки — 50%. Але старий телефон може зламатися, і тоді доведеться екстрено купити новий за повну ціну або навіть дорожче.

Запитання: Який ризик чекати? Чи краще купити зараз?

Очікувана вартість, якщо чекаєш:

$0,5 \times 12\,000 + 0,5 \times 15\,000 = 13\,500$ грн.

Висновок: У середньому вигідніше чекати, але якщо старий телефон дуже ненадійний, варто врахувати додаткові ризики (втрату контактів, роботи тощо).

Можливі теми для учнівських проєктів

1. Проєкт «Життя без страхування – міф чи ризик?»

Мета: дослідити, яку роль відіграє страхування у фінансовій безпеці людини.

Етапи:

1) Формулювання проблеми: Що буде, якщо потрапити у ДТП без автострахування? А якщо зламати ногу без медичного полісу?

2) Опитування: створення Google-форми для збору думок учнів та дорослих щодо необхідності страхування.

3) Математичний аналіз:

- розрахунок середньої вартості страховки за рік;
- обчислення можливих збитків без неї;
- побудова діаграми «ризик–вигода».

4) Висновки: підсумувати, коли страхування виправдане, а коли – ні.

Форма захисту: презентація, аналітична довідка, листівка з порадами.

2. Проєкт «Оцінка ризиків інвестицій для підлітка»

Мета: з'ясувати, куди найдоцільніше вкладати гроші підлітку, враховуючи ризики та прибутковість.

Етапи:

1) Огляд варіантів інвестицій: банк, кеш, криптовалюта, акції, онлайн-гаманці.

2) Збір статистики (онлайн-дані або моделювання сценаріїв).

3) Математичні обчислення:

- очікуваний прибуток,
- коефіцієнт варіації (оцінка нестабільності прибутку),
- графіки прибутків.

4) Рейтинг інструментів за критерієм «ризик/дохід».

Форма захисту: аналітична інфографіка, виступ «фінансового радника».

3. Проєкт «Небезпечна поведінка підлітків»

Мета: дослідити основні поведінкові ризики в середовищі підлітків і розробити рекомендації щодо їх уникнення.

Етапи:

1) Визначення проблемних поведінок: куріння, вейпінг, нічні гулянки, небезпечні челенджі тощо.

2) Опитування/анкетування: Google-форма або соціологічне дослідження.

3) Статистичний аналіз: діаграми, частоти, порівняння за статтю, віком.

4) Пошук шляхів профілактики: відеоролики, поради психолога, батьків.

5) Розробка буклету/відео/сайту для підлітків.

Форма захисту: відео, плакат, інтерактивна презентація.

4. Проєкт «Математична оцінка поведінкових ризиків»

Мета: використати ймовірності для оцінки небезпечної поведінки.

Етапи:

1) Складання сценаріїв: наприклад, «Їзда на велосипеді без шолома» «Переходжу дорогу на червоне світло».

2) Ймовірнісна оцінка: складання дерев рішень, оцінка шансів нещасного випадку.

3) Математичне моделювання:

- розрахунок ймовірності події,
- комбінування декількох факторів.

4) Візуалізація: дерева рішень, таблиці, діаграми.

Форма захисту: стенд із діаграмами, математична доповідь, онлайн-калькулятор ризику.

5. Проєкт «Один день із життя ризикованої людини»

Мета: через відео показати, як щоденні звички формують ризики для здоров'я, безпеки чи фінансів.

Етапи:

1) Створення сценарію: дві версії одного дня – з ризикованими та безпечними рішеннями.

2) Розподіл ролей і зйомка (можна на смартфон).

3) Додати графіку або титри: «ризик №1», «альтернатива», «наслідки».

4) Обговорення після перегляду: чому герої вчинили саме так?

Форма захисту: відео або короткометражка + рефлексія класу.

Чек-лист оцінювання проєкту

Оцінювання: за кожен пункт – 0, 1, 2 або 3 бали.

№	Критерій	Опис	Оцінка (0–3)
1	Визначення проблеми	Чітко сформульовано проблему, актуальність і мету проєкту	
2	Дослідження і джерела	Використано достовірні джерела, проведено дослідження/опитування	
3	Аналіз і висновки	Є логічні висновки, обґрунтування ризиків, графіки, порівняння	
4	Використання математики	Проведено обчислення, моделювання, діаграми, ймовірності	
5	Інноваційність	Присутні креативні ідеї, оригінальний підхід	
6	Командна робота	Участь усіх членів команди, розподіл обов'язків	
7	Оформлення матеріалів	Чітка структура, зручне подання (буклет, гра, презентація тощо)	
8	Презентація результату	Зрозуміло подано і захищено результати, логічно побудовано виступ	
9	Використання цифрових інструментів	Google Форми, графіки, Canva, відео тощо	
10	Рефлексія та самооцінка	Є оцінка власної роботи, роздуми про складнощі та висновки	

Максимум балів: 30

28–30 балів – відмінно

24–27 балів – добре

18–23 бали – задовільно

менше 18 – потребує доопрацювання

Тестові завдання для формального та підсумкового оцінювання з використанням програми Kahoot (kahoot.com)

1. (1 бал) Яке значення відповідає абсолютно неможливій події? а) 0 б) 0.5 в) 1 г) -1
Правильна відповідь: а)

2. (1 бал) В коробці 4 червоні та 6 синіх кульок. Яка ймовірність витягнути червону кульку? а) 4/6 б) 6/10 в) 4/10 г) 1/2 *Правильна відповідь: в)*

3. (1 бал) Що таке "ризик"? а) Завжди негативна подія. б) Можливість настання несприятливої події. в) Гарантований збиток. г) Позитивний результат без будь-яких наслідків.
Правильна відповідь: б)

4. (1 бал) Чому важливо оцінювати ризики? а) Щоб завжди уникати їх. б) Щоб приймати обґрунтовані рішення та мінімізувати потенційні збитки. в) Щоб залякати себе. г) Щоб довести свою сміливість. *Правильна відповідь: б)*

5. (1 бал) Ви плануєте подорож на автомобілі. Дорога може бути слизькою. Що є методом зменшення ризику? а) Їхати на максимальній швидкості. б) Перевірити шини та

зменшити швидкість. в) Не звертати уваги на прогноз погоди. г) Завжди їздити вночі.
Правильна відповідь: б)

6. (1 бал) Створення резервного фонду на випадок непередбачених витрат є прикладом: а) Уникнення ризику б) Зменшення ризику в) Передачі ризику г) Прийняття ризику (через самострахування) *Правильна відповідь: г)*

7. (2 бал) Чому люди іноді недооцінюють ризики, з якими стикаються щодня (наприклад, ДТП)? а) Через переоцінку власних здібностей. б) Через звичку та рутину. в) Через відсутність достатньої інформації. г) Усі перелічені варіанти. *Правильна відповідь: г)*

8. (1 бал) Компанія виробляє лампочки(2% лампочок є бракованими). Яка ймовірність того, що одна вибрана лампочка буде якісною? а) 0.02 б) 0.98 в) 0.5 г) 1

Правильна відповідь: б)

9. (1 бал) Під час вибору професії, ви оцінюєте, наскільки великим є попит на фахівців у цій галузі. Яке поняття ви використовуєте? а) Ризик б) Ймовірність працевлаштування в) Наслідок г) Просто везіння *Правильна відповідь: б)*



Ймовірність та ризики. URL: <https://surl.li/nbfazl>

Практична робота

Тема. Прийняття рішень в умовах невизначеності. Побудова дерева подій та оцінка ризиків.

Мета: Навчитись будувати дерево подій, аналізувати ймовірності та приймати обґрунтовані рішення в умовах ризику.

Ситуація: Вибір літнього відпочинку

Учениця Анастасія планує, як провести літні канікули. Вона має два варіанти:

Варіант А: Поїхати на відпочинок до моря. Вартість — 10 000 грн. Проте є ризик поганої погоди. Якщо буде гарна погода (70%) — вона отримує максимальне задоволення (цінність = 9). Якщо буде погана погода (30%) — вона отримує мінімальне задоволення (цінність = 3).

Варіант В: Залишитись у місті та відвідувати курси й басейн. Вартість — 5 000 грн. Гарантоване задоволення (цінність = 6).

Завдання

1. Побудуй дерево подій, що відображає два варіанти дій з ймовірностями та результатами.

Результати мають містити: ймовірність кожної події, "цінність" задоволення (балами), грошові витрати.

2. Обчисли очікувану "користь" кожного варіанта (математичне очікування за формулою)

3. Прийми рішення: Який варіант обрати?

Критерії оцінювання:

Критерій	Бал
Правильна побудова дерева подій	4
Вірні обчислення очікуваної користі	3
Обґрунтоване рішення	2

Охайне оформлення та логіка	1
Загальна сума	10

Гра-сценарій: "Зроби свій вибір"

Завдання гри:

Формувати в учнів уміння аналізувати життєві ситуації з використанням математичних методів та презентувати результати своєї роботи, аргументувати власні рішення.

Розвивати навички моделювання реальних процесів за допомогою математичних інструментів.

Розвивати аналітичне мислення та розуміння наслідків своїх рішень.

Сприяти розвитку критичного мислення та навички приймати рішення в умовах невизначеності.

Підготувати учнів до практичного застосування математики в різних сферах життя (фінанси, здоров'я, поведінка тощо).

Переконали, що математика є потужним інструментом для оцінки ризиків.

Правила гри:

- Залучення всіх учнів
- Організація роботи в групах
- Створення позитивної атмосфери
- Залучення до активної роботи й обговорення

Електронні ресурси:

Для спільної роботи учнів: Padlet (онлайн-дошка для колективної роботи), Jamboard (спільна візуальна дошка від Google)

Формат гри:

Командна гра: 3–4 команди по 3–5 учнів.

Принципи формування груп

1. Різномірний підхід – групи формуються із учнів з різним рівнем знань, щоб вони могли допомагати один одному.
2. Тематика зацікавленості – групи можуть бути сформовані за інтересами учнів (спорт, економіка, екологія тощо), що мотивує їх працювати над темою.
3. Метод випадковості – учасники груп визначаються випадковим чином, що сприяє рівномірному розподілу знань.

I. ОПИС ГРИ

Ігрові раунди: 5 раундів — кожен присвячений окремій темі (фінанси, здоров'я, поведінка, технології, загальні ситуації).

У кожному раунді команди отримують ситуацію з 2–3 варіантами дій.

Вони мають: обрати варіант; обґрунтувати вибір; оцінити ризики (усно або письмово); обчислити ймовірності та математичне очікування (якщо потрібно).

Презентувати рішення групи.

Обговорити оптимальний варіант після кожного раунду.

Підвести підсумок роботи груп та їх учасників.

II. ХІД ГРИ

Раунд 1: Фінансовий вибір

Ситуація: Ти маєш 2000 грн. Можеш:

- A. Покласти в банк під 5% річних.
- B. Інвестувати в криптовалюту з імовірністю виграшу 30% (прибуток 50%), імовірність втрати — 70% (втратиш все).
- C. Купити кросівки, які ти давно хочеш.

Завдання для команди:

Обчислити математичне очікування для варіанта В.

Обґрунтувати свій вибір.

Які коротко- і довгострокові ризики кожного варіанту?

Пояснення після вибору

Раунд 2: Здоров'я

Ситуація: Ти вирішуєш, чи робити щеплення від сезонного грипу. Без щеплення ризик захворіти — 40%, лікування коштує 800 грн. Щеплення коштує 200 грн, але не гарантує повного захисту (ризик — 10%).

Завдання: Який варіант дешевший у середньому? Як ти оцінюєш ризик для себе? Як впливає це рішення на інших?

Раунд 3: Поведінка

Ситуація: Друг кличе тебе після школи покататися на скейті на трасі, де часто їздять машини. Імовірність травми — 5%. Лікарняні витрати — 10 000 грн. Альтернатива — катання на безпечному скейтпарку (0,2% ризик, але менш «круто»).

Завдання: Обчисли математичні очікування втрат у кожному випадку.

Обговоріть: чи можна виправдати ризик бажанням виглядати «сміливим»?

Раунд 4: Технології і онлайн-поведінка

Ситуація: Тебе просять надіслати код з SMS у повідомленні. Ти підозрюєш, що це шахрайство. Імовірність, що тебе зламають, 5%. У разі зламу втрата паролів і можлива втрата 2000 грн. Імовірність, що це реально твій друг — 50%.

Завдання: Чи надсилати код?

Обчисли очікуваний збиток у разі помилки.

Раунд 5: Випадкова ситуація ("життєва рулетка")

Команди тягнуть ситуації з конвертів:

Приклади: Ви виграли смартфон, але треба сплатити 10% "мита" наперед.

Вам пропонують піти на вечірку, але наступного дня важливий іспит.

Хтось у класі захворів на COVID, у вас є вибір — іти на урок чи залишитися вдома.

Завдання: Аналізувати ситуацію, дати поради.

Оцінити наслідки ризику.

Завершення гри (5–7 хв). Обговорення, які рішення були найскладніші.

ІІІ. ПІДСУМОК ГРИ

Прийшли до висновку, що оцінка ризику — ключова навичка сучасного життя.

Та щоб побороти повсякденні виклики, треба вміти співпрацювати в групі. Ми переконались, що з математикою легше аналізувати ситуації, оцінювати їхні ризики та приймати оптимальні рішення.

Оцінювання гри

Критерії оцінювання:

1. (3 бали) Аргументованість рішення.
2. (3 бали) Якість аналізу.
3. (2 бали) Робота в команді.
4. (2 бали) Креативність.
5. (2 бали) Охайність та структура оформлення роботи.

IV. КОРИСНІ ПОСИЛАННЯ

1. [GeoGebra](#) - Інтерактивний інструмент для побудови графіків і діаграм.



2. [Desmos](#) - онлайн-калькулятор з можливістю побудови графіків.



3. [Canva](#) - інструмент для створення інфографіки.



4. [Kaggle](#) - платформа з відкритими наборами даних для аналізу.



5. [PISA \(Programme for International Student Assessment\)](#) - міжнародне дослідження якості освіти.



6. [Khan Academy](#): Статистика і теорія ймовірностей - безкоштовні відеоуроки зі статистики.



7. [data.gov.ua](#) - Портал відкритих даних України.



8. [datajournalism.com](#) - Посібник з візуалізації даних.



V. СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Анікушин А.В., Номіровський Д.А., Якір М.С. Вчимося застосовувати математику. Друга частина. Фінансова математика, теорія ймовірностей, статистика для учнів 9-11 класів: Гімназія, 2022. 186 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту. : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.
3. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ : Генеза, 2019. 304 с.
4. Захарійченко Ю.О., Захарійченко Л.І., Резнікова Г.Я. Математика: довідник для абітурієнтів та школярів. Київ: Літера ЛТД, 2020.
5. Котигорошко О. В., Іванова Л. С. Прийняття рішень в економіці: теорія і практика. — Київ: Центр учбової літератури, 2019.
6. Мірошниченко І. В. Прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності: навч. посіб. — Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2018.
7. Мерзляк А. Г, Номіровський Д. А., Полонський В. Б. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2019. 208 с.
8. Наталія Богданова. Лінійні та стовпчасті діаграми (Classtime). URL: <https://surl.lu/slxedl> .
9. Сусь Сергій Іванович. Графіки і діаграми (Всеосвіта). URL: <https://vseosvita.ua/test/hrafiky-i-diahramy-90353.html> .
10. Частотні таблиці та точкові діаграми | Відображення однієї кількісної змінної Академія Хана. URL: https://youtu.be/vHOfbWVjwUM?si=Q0TJYo10t_KwfyY8

Алла В'язовік, Олександр Глущик,
Наталія Гулінська, Людмила Дьяченко, Тетяна Запісочна

π

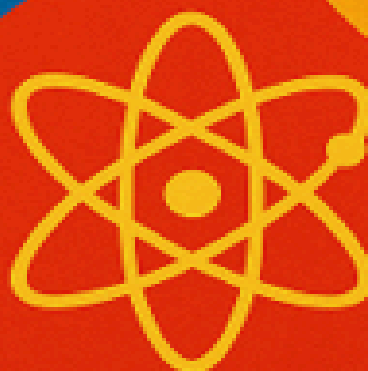
МОДУЛЬ 6

+

МАТЕМАТИКА^c В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ

π

#



Σ



МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ
ДО ВИДІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

ПЕРЕДМОВА

У ХХІ столітті природничі науки відіграють ключову роль у розв'язанні глобальних викликів: енергетичних, екологічних, медичних, кліматичних. Математика — це універсальна мова, яка допомагає дослідити й описати явища природи, пояснити закони Всесвіту, передбачити наслідки подій та приймати науково обґрунтовані рішення.

Даний навчально-методичний матеріал є супроводом до модуля **«Математика в природничих науках»** навчальної програми **«SMART-математика: задачі, які працюють»** вибіркового освітнього компоненту (курсу за вибором) для учнів 10 класу авторського колективу Тищенко І.А., В'язовік А.М., Бедусенко О.С. і призначено для вчителів математики, які прагнуть урізноманітнити навчальний процес, зробити його більш практико-орієнтованим, дослідницьким та наближеним до реального життя.

Авторами даного модуля є слухачі курсів підвищення кваліфікації вчителів математичної освітньої галузі за освітньою програмою варіативного модуля **«Методика розроблення авторських навчальних програм за вимогами НУШ»** для вчителів, які викладають у другому циклі базової середньої освіти (7-9 класи) (група 7, 02.06.2025 – 14.06.2025), а саме:

В'язовік Алла Миколаївна, вчитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів № 21 Черкаської міської ради Черкаської області;

Глушич Олександр Якович, вчитель математики Калинопільського ліцею №2;

Гулінська Наталія Олегівна, вчитель математики Тальнівської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №2 Тальнівської міської ради Черкаської області;

Дьяченко Людмила Анатоліївна, вчитель математики Родниківського ліцею імені Т.Г.Шевченка Паланської сільської ради Уманського району Черкаської області;

Запісочна Тетяна Валентинівна, вчитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №15 Черкаської міської ради Черкаської області

Модуль охоплює такі теми:

1. **Математика і фізика:** моделювання руху тіл, закономірності зміни фізичних величин, графіки залежностей у кінематиці та динаміці.
2. **Математика і хімія:** розрахунки за хімічними формулами, масові частки, концентрації, побудова графіків хімічних реакцій, встановлення залежностей концентрацій, розв'язування практичних задач, експериментальне дослідження.
3. **Математика і біологія та генетика:** моделювання популяцій, обчислення ймовірностей успадкування ознак, статистичний аналіз біологічних даних.
4. **Математика, картографія та геодезія:** вимірювання на місцевості, масштаб, координати, обчислення площ і відстаней, основи топографії, аналіз даних.
5. **Кліматичні моделі.** Прогнозування природних катастроф: аналіз кліматичних даних, побудова моделей зміни температур, рівня води, трендів опадів, математичне прогнозування екстремальних подій.

Для кожної теми запропоновано набір методичних інструментів: практичні задачі, завдання з реальними даними, дослідницькі мініпроекти, приклади міжпредметної інтеграції, а також варіанти організації самостійної роботи та групових обговорень.

Матеріали спрямовані на розвиток ключових компетентностей — математичної, природничої, уміння вчитися впродовж життя, критичного та системного мислення. Вони можуть бути використані як у межах курсу за вибором, так і в рамках профільного навчання.

Сподіваємося, що запропоновані матеріали стануть надійною опорою для вчителя й цікавою подорожжю у світ природничих наук для учнів.

Цифровий контент збережено на Google-диску та буде поповнюватися



URL: <https://salo.li/9d80ea0>

I. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ

Метою модуля «Математика в природничих науках» є:

- показати учням роль і значення математики як інструмента дослідження й моделювання природних явищ;
- розвинути вміння працювати з кількісною інформацією, графіками, таблицями, математичними моделями, які відображають закономірності в біології, фізиці, хімії, географії;
- сприяти формуванню критичного мислення, дослідницької та екологічної компетентності;
- навчити використовувати математичні методи для аналізу даних, отриманих у природничих науках, зокрема під час роботи з відкритими джерелами даних.

Очікувані результати навчання

Після завершення модуля учень/учениця зможе:

1. **Аналізувати та інтерпретувати кількісні дані**, що описують природні явища: температуру, концентрацію речовин, швидкість реакцій, зростання популяцій, координати на карті тощо.
2. **Будувати математичні моделі природничих процесів**, використовуючи знання про пропорції, відсотки, графіки, функції, ймовірності.
3. **Використовувати математичні поняття для аналізу природничих явищ**, таких як рух тіл, розпад речовин, розподіл генів, зміна клімату, прогнозування стихійних лих.
4. **Працювати з графіками, діаграмами, електронними таблицями**, створювати й редагувати візуалізації даних, інтерпретувати тренди.
5. **Пояснювати реальні природні процеси на основі математичних моделей**, робити висновки, обґрунтовувати припущення.
6. **Використовувати цифрові інструменти та відкриті джерела даних** для побудови моделей, аналізу кліматичних або географічних даних.
7. **Розв'язувати прикладні задачі природничого змісту** в індивідуальній або груповій формі, презентувати результати власних досліджень.

Тобто відповідно до Державного стандарту профільної освіти:

Учень/учениця

- вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-1]
- розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 MAO 2.1.1-1]
- перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2]
- прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми представлення їх [12 MAO 1.3.1-1]
- наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями, урахує емоційний стан інших осіб [12 MAO 2.4.2-1]
- представляє результати самостійної роботи та/або у співпраці з іншими [12 MAO 2.4.1-1]
- пропонує шляхи досягнення результатів розв'язання проблемної ситуації, передбачає можливі ризики [12 MAO 1.3.2-1]
- самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1]
- добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1]

застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3]

Наскрізнi змістові лінії та їх реалізація:

Наскрізнi лінії є соціально значимими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів уявлень про суспільство в цілому, розвивають здатність застосовувати отримані знання у різних ситуаціях. В контексті вивчення модуля «Математика в природничих науках» проявляються:

«Екологічна безпека та сталий розвиток» – аналіз кліматичних змін, вивчення причин природних катастроф, обговорення шляхів зменшення антропогенного впливу;

«Громадянська відповідальність» – дослідження соціально важливих проблем (кліматичні зміни, спадковість видів) засобами математики та науки;

«Здоров'я і безпека» – розгляд наслідків змін у природному середовищі для здоров'я людей, роль науки в попередженні ризиків (напр., прогнозування катастроф);

«Підприємливість і фінансова грамотність» – оцінка економічних наслідків кліматичних явищ (вплив на сільське господарство)

Ключові компетентності:

Ключові компетентності є основою для подальшого успішного навчання, професійного зростання та активної участі у житті суспільства. Відповідно в модулі «Математика в природничих науках» активно розвиваються:

Математична компетентність: застосування математичних методів і моделей для аналізу явищ природи, уміння працювати з формулами, графіками, статистичними даними;

Компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій: розуміння основних понять з біології, фізики, хімії, географії та здатність використовувати міждисциплінарні знання для пояснення природних процесів;

Інформаційно-цифрова компетентність: збір, аналіз, обробка та візуалізація даних за допомогою цифрових інструментів (електронні таблиці, онлайн-сервіси, кліматичні бази даних);

Уміння вчитися впродовж життя: здатність самостійно ставити навчальні цілі, шукати необхідну інформацію, критично її оцінювати та застосовувати на практиці;

Комунікативна компетентність: участь у груповому обговоренні, пояснення результатів дослідження, презентація висновків;

Соціальна та громадянська компетентності: усвідомлення взаємозв'язку між діяльністю людини й змінами клімату, формування відповідального ставлення до довкілля.

Наскрізна змістова лінія	Ключові компетентності, що формуються	Короткий опис / приклад застосування
Фізика і математика у природі	Математична, природничо-наукова, інформаційно-цифрова	Математичне моделювання руху тіл, аналіз теплових процесів
Хімія і математика	Математична, природничо-наукова, критичне мислення	Розрахунки концентрацій речовин, швидкостей реакцій, баланс мас
Біологія, генетика та математика	Математична, природничо-наукова, статистична, комунікативна	Моделювання генетичних закономірностей
Картографія, геодезія і математика	Математична, інформаційно-цифрова, природничо-наукова	Побудова карт, робота з координатами, геометричний аналіз просторових даних

Кліматичні моделі і прогнозування природних катастроф	Математична, природничо-наукова, критичне мислення, екологічна відповідальність	Моделювання кліматичних систем, оцінка ризиків стихійних лих, аналіз кліматичних даних
Екологічна безпека і сталий розвиток	Природничо-наукова, соціальна і екологічна відповідальність, критичне мислення	Оцінка впливу людини на довкілля, пошук шляхів зниження негативних наслідків
Наукове дослідження і міждисциплінарність	Критичне мислення, комунікативна, інформаційно-цифрова	Комплексний аналіз природничих явищ, робота з даними з різних джерел, презентації результатів

Отже, модуль «Математика в природничих науках» є важливою складовою сучасної STEM-освіти, оскільки сприяє формуванню наскрізних ключових компетентностей учнів. Через залучення до реальних задач з фізики, хімії, біології, географії та кліматології учні не лише засвоюють математичні поняття, а й навчаються застосовувати їх у практичних ситуаціях. Модуль є не лише засобом поглиблення знань, а й важливою умовою для формування компетентного, допитливого, свідомого здобувача освіти, готового застосовувати знання на практиці, критично мислити і приймати виважені рішення в реальних життєвих ситуаціях.

II. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

МОДУЛЬ 6. «МАТЕМАТИКА В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ» (6 год)

№ з / п	Тема	Д а т а	Очікувані результати (результати оцінювання)	Види навчальної діяльності	Наскрізні змістові лінії, ключові компетентності	П р и мі к и
Модуль 6. «Математика в природничих науках» (6 год)						
1	Математика у фізиці. Математика за кермом фізики		Учень/учениця • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1] • розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 МАО 2.1.1-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3-2] • представляє результати самостійної роботи та/або у співпраці з іншими [12 МАО 2.4.1-1]	Побудова графіків руху, аналіз фізичних процесів. Використання сервісів: Desmos/ Excel побудова графіків і таблиць, проєктна діяльність.	<u>Наскрізні змістові лінії:</u> «Громадянська відповідальність», «Екологічна безпека та сталий розвиток». «Здоров'я і безпека» <u>Компетентності:</u> математична, соціальна громадянська, інформаційно-цифрова компетентність у галузі природничих наук і технологій, уміння вчитися впродовж життя.	
2	Математика у хімії. «Розчини навколо нас: як відсотки працюють у побуті» Практична робота		Учень/учениця • вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 МАО 1.1.1-1]	Розв'язування тренувальних вправ на розчини. Дискусія. Аналітична діяльність (робота з етикетками). Розв'язування	<u>Наскрізні змістові лінії:</u> «Громадянська відповідальність», «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Здоров'я та безпека»	

	«Виміряти невидиме: що розповість нам рівень рН?»	- прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми представлення їх [12 MAO 1.3.1-1] - представляє результати самостійної роботи та/або у співпраці з іншими [12 MAO 2.4.1-1] - застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3]	практичних задач у групах Робота з проектами. Виконання інтерактивних вправ (LEARNING.ua; Wordwall). Ігрова симуляція «Живий розчин»	<u>Компетентності:</u> інформаційно-цифрова, математична, комунікативна, природнича.	
3	Математика у біології. Генетика та ймовірність	Учень/учениця - перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] - представляє результати самостійної роботи та/або у співпраці з іншими [12 MAO 2.4.1-1] - пропонує шляхи досягнення результатів розв'язання проблемної ситуації, передбачає можливі ризики [12 MAO 1.3.2-1]	Мінілекції з візуалізацією (генетичні дерева, решітки). Групове моделювання (створення моделей схрещування на папері або в Google Sheets). Ігрові симуляції. Дослідницька діяльність (порівняння очікуваних і фактичних результатів) Розв'язання задач у групах. Обговорення і презентації гіпотез.	<u>Наскрізні змістові лінії:</u> «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність», «Громадянська відповідальність». <u>Компетентності:</u> математична, інформаційно-цифрова, компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій, комунікативна	

4	Математика у географії та екології. Кліматичні моделі. Прогнозування природних катастроф.	Учень/учениця - Перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] - прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми представлення їх [12 MAO 1.3.1-1]	Дослідження, побудова графіків та діаграм; Робота в парах / групах; створення таблиць і діаграм у Google Sheets / Excel з перевірок; кейс-вправи; робота з таблицями; виконання інтерактивних вправ (LEARNING.ua; Wordwall; Learningapps; Classtime)	<u>Наскрізна змістові лінії:</u> «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність», «Громадянська відповідальність». <u>Компетентності:</u> математична, інформаційно-цифрова, компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій, комунікативна	
5	Математика у географії. Математика — компас сучасного світу: як числа керують навігацією, геодезією та картографією	Учень/учениця - вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-1] - розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 MAO 2.1.1-1] - перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] - добирає дані, потрібні для	Побудова маршрутів / графіків руху, плану місцевості у масштабі. Аналіз залежностей між величинами, розв'язування практичних задач, експериментальні дослідження, проектна діяльність. Використання сервісів: Google Maps, OpenStreetMap. Візуалізація місцевості, прогнозування, знаходження відстаней за допомогою координат, подібності трикутників,	<u>Наскрізні змістові лінії:</u> «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Підприємливість та фінансова грамотність», «Здоров'я та безпека». <u>Компетентності:</u> математична, соціальна та громадянська, інформаційно-цифрова, комунікаційна.	

		розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3]	тригонометричним методом. Використання програми GeoGebra для побудови точок із заданими координатами та графіків руху.		
6	Smart-наука: математична навігація у світі природи. Інтегрований STEM-квест з математики, фізики, хімії, біології та географії	Учень/учениця • розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 MAO 2.1.1-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2] • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, достовірність їх [12 MAO 3.1.1-1]	Робота в групах, створення таблиць, побудова графіків, дослідницька діяльність, урок-квест	<u>Наскрізнi змістові лінії:</u> «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність», «Громадянська відповідальність». <u>Компетентності:</u> математична, інформаційно-цифрова, компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій, комунікативна	

ІІІ. МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДО ВИДІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Урок 1. Математика в фізиці. Математика за кермом фізики

Вивчаючи дану тему варто спиратись на знання отримані учнями в 7-9 класах, актуалізувати попередній досвід учнів, сприяти глибокому засвоєнню знань з математики і фізики через встановлення міжпредметних зв'язків, формувати практичні зв'язки наукового розуміння законів, взаємозв'язків явищ у природі за допомогою розв'язування задач; розвивати в учнів вміння узагальнювати вивчений матеріал, вміння реалізувати практичні зв'язки курсу математики і фізики, розвивати навички самостійного прийняття рішень та роботи в групі. Виховувати культуру розумової праці, створювати сприятливі умови для формування умінь і навичок учнів.

Рекомендуємо почати урок з мотиваційної промови. Ось її приблизний зміст «Використання математичних знань допомогло зробити багато відкриттів у фізиці, біології, астрономії та в інших науках. Жодна з природничих наук, якщо йдеться не про збирання сирого матеріалу, а про справжню творчість, не обійдеться без математики – матерії всіх наук. Що ж до фізики, то тепер математика і фізика такою мірою злилися в одне ціле, що іноді важко розмежувати, де закінчується й де починається фізика. Відомий данський фізик-теоретик Нільс Бор говорив, що математика є чимось значно більшим, ніж наука, оскільки вона є мовою науки»

Пропонуємо поставити учням мотиваційні запитання, які можна: використати під час вступу до уроку, оформити у вигляді інтерактивної презентації або ж роздати як картки для обговорення в парах або групах.

Мотиваційні запитання:

1. **Чи замислювався ти, чому зранку потрібно раніше вийти з дому, якщо йде дощ або ожеледиця?**

(Варіант відповіді: Бо швидкість руху зменшується, час подорожі збільшується. Обчислення швидкості та часу — це і є практична фізика з математикою)

2. **Як водій автобуса визначає, коли йому пригальмувати, щоб зупинитися точно на зупинці?**

(Варіант відповіді: Він орієнтується на швидкість, відстань та час гальмування. Усе це – фізичні величини, які розраховуються математично)

3. **Чому в спортивних змаганнях (наприклад, у бігу чи їзді на велосипеді) важливо знати середню та миттєву швидкість?**

(Варіант відповіді: Спортсмени та тренери використовують графіки руху, щоб аналізувати результативність та планувати навантаження.)

4. **Коли ми бачимо, що на світлофорі залишається 3 секунди, як ми приймаємо рішення – гальмувати чи їхати?**

(Варіант відповіді: Тут працює фізика руху, а рішення базується на оцінці швидкості, відстані й часу — це приклад щоденного використання математичної моделі).

5. Як смартфон визначає, скільки часу залишилось до прибуття в точку призначення?

(Варіант відповіді : Навігатор розраховує час за формулою: відстань / середня швидкість. Тобто, ми щодня користуємось фізикою й математикою, навіть не помічаючи цього).

6. Чому в гірках на атракціонах прискорення змушує нас підстрибувати або «липнути» до сидіння?

(Варіант відповіді: Це результат зміни швидкості – прискорення, яке можна розрахувати, знаючи зміну швидкості та часу. І знову – математика в дії).

7. Коли ми ловимо м'яч, ми інстинктивно розраховуємо, де він буде. Як мозок це робить?

(Варіант відповіді: Несвідомо ми оцінюємо швидкість, напрям і час польоту — фізика і математика вбудовані в наші дії).

8. Чи можеш ти сказати, хто рухається швидше: бігун, який пробіг 100 м за 10 секунд, чи велосипедист, який проїхав 200 м за 20 секунд?

(Варіант відповіді: Потрібно розрахувати швидкість – s/t – і порівняти. Без математики цього не зробити).

9. Чому водіям радять зменшити швидкість на мокрій дорозі? Як це пов'язано з графіком руху?

(Варіант відповіді: Бо шлях гальмування збільшується, а отже, крива на графіку зміниться – це вже інша динаміка руху).

10. Як фітнес-додаток визначає кількість кроків, калорій і швидкість під час пробіжки?

(Варіант відповіді: За допомогою сенсорів, які фіксують рух, час, відстань — а все це аналізується математично. Без формул — ніяких точних даних).

Теоретична частина відповідно до змісту уроку:

Рівномірний прямолінійний рух – це такий механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні інтервали часу здійснює однакові переміщення. Векторну фізичну величину, яка дорівнює

$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$ відношенню переміщення $\vec{s}$ до інтервалу часу t , за який це переміщення відбулося, називають швидкістю рівномірного прямолінійного руху тіла:

Проекцію швидкості визначають за $v_x = \frac{s_x}{t}$ формулою:

Одиниця швидкості руху в СІ – метр за секунду.

Для розв'язання основної задачі механіки запишемо рівняння координати: $x = x_0 + v_x t$ де x_0 – початкова координата, v_x – проекція швидкості, t – час спостереження.

Коливання — це періодичні зміни положення тіла (або фізичної величини) з часом.

Приклади в житті:

- Рух маятника.
- Коливання струни гітари.
- Електричний струм у колі змінної напруги.
- Звукові хвилі.

Основні характеристики коливань

Величина	Позначення	Одиниця	Пояснення
Амплітуда	A	м	Найбільше відхилення від положення рівноваги
Період	T	с	Час одного повного коливання

Частота	ν	Гц (герц)	Кількість коливань за 1 секунду
Кутова частота	ω	рад/с	$\omega=2\pi\nu$ — швидкість зміни фази

Математична модель гармонічних коливань

Основне рівняння:

$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$, де:

- $x(t)$ — зміщення тіла в момент часу t ,
- A — амплітуда,
- ω — кутова частота,
- φ — початкова фаза (визначає початкове положення).

Графік:

- Форма графіка — **синусоїда** або **косинусоїда**.
- Період коливання — відстань між двома однаковими точками на графіку.
- Амплітуда — висота піка.

Коливання тіла на пружині: $x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\varphi)$

Що таке хвиля?

Хвиля — це поширення коливань у просторі з передачею енергії без перенесення речовини.

Основні характеристики хвиль

Величина	Позначення	Формула	Одиниця
Довжина хвилі	λ	Відстань між двома «піками»	м
Частота	ν	Кількість коливань за секунду	Гц
Швидкість поширення	v	$v=\lambda\nu$	м/с

Графіки хвиль

По часу: $y(t)$ — показує, як змінюється положення точки з часом.

У просторі: $y(x)$ — показує, як виглядає хвиля у певний момент часу.

Застосування у житті

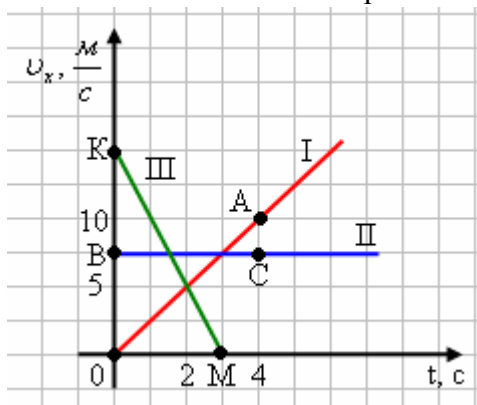
- Звук — механічна хвиля, що передається в повітрі.
- Світло — електромагнітна хвиля.
- Радіохвилі — використовуються в телебаченні, інтернеті.
- Ультразвук — у медицині (УЗД), промисловості.

Ілюстративні приклади

Завдання : «Чи вмієш читати графіки?»

Розгляньте графіки залежностей зображені на рисунку, дайте відповіді на питання (можна запропонувати роботу в парах, одна з пар презентує відповіді. Інші перевіряють, якщо відповідь помилкова – можна обговорити її причину: що не враховано у відповіді).

1.



Користуючись графіками, визначити:

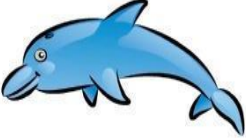
- а) вид руху тіл;
 - б) прискорення кожного тіла;
 - в) початкову швидкість тіл і швидкість через 4 с після початку відліку часу.
2. Що відбувається з тілом II через 10 с від початку відліку часу?
 3. Записати рівняння руху тіл.

4. Що відбувається з тілом II у момент часу, що відповідає точці С?
 5. Що означає точка перетину графіків?

У якого тіла більша швидкість ?

На числовій прямій розмістіть швидкості тіл зображених на рисунку.

(Кожне тіло може рухатися з певною швидкістю. Щоб розмістити дані числові значення на числовій прямій потрібно виконати спочатку перетворення певних величин, а після виконання перетворень розмістити швидкості на числовій прямій.)

Ведмідь	Велосипедист	Гепард	Авітомобіль	Дельфін
				
36 км/год	5 м/с	30 м/с	72 км/год	54 км/год
10м/с	5 м/с	30 м/с	20м/с	15 м/с

Дайте відповідь на питання: Чи зручно вам порівнювати швидкості тіл за допомогою числової прямої ?

Завдання: Побудуйте графіки залежностей.

Побудуємо графік залежності шляху, що долає велосипедист від часу спостереження – графік шляху.

Алгоритм розв'язування:

1) $S = v \cdot t$

Якщо $v = 5 \text{ м/с}$, то за $t = 2 \text{ с}$ $S = 5 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} = 10 \text{ м}$

2) Заповнюємо таблицю

t, с	0	2	4	6	8	10
S, м	0	10	20	30	40	50

3) Проведемо дві взаємно перпендикулярні осі.

- По горизонтальній осі – осі абсцис – відкладемо час руху в секундах, з одиничним відрізком 1 клітинка - 2с, по вертикальній осі – осі ординат – пройдений тілом шлях з одиничним відрізком 1 клітинка – 10 м.

- Побудуємо точки з координатами (0; 0), (2; 10), (4; 20), (6; 30), (8; 40), (10; 50).

4) З'єднаємо точки прямою лінією. Отримаємо графік шляху велосипедиста.

Завдання: Запиши формулу залежності шляху, який долає велосипедист від часу.

Щоб визначити який шлях подолає велосипедист за будь-який проміжок часу, формулу $S = v \cdot t$ зручно представити у вигляді рівняння $S = 5 \cdot t$, де t - це змінна величина, яка може отримувати довільні значення. (Наприклад, визначити, який шлях подолає велосипедист за 20 с, $S = 5 \cdot t = 5 \cdot 20 = 100 \text{ м і т.д.}$)

Графіком шляху прямолінійного рівномірного руху завжди є відрізок прямої, нахиленої під кутом до осі часу.

Дай відповідь на питання: Що можна дізнатися за графіком руху?

Відповідь: За графіком шляху можна

1. *Дізнатися про характер руху тіла;*
2. *Визначити шлях, який долає тіло за певний інтервал часу; (наприклад подивитися на отриманий цифровий графік)*
3. *Визначити швидкість руху тіла (запишіть формулу швидкості, знайдіть швидкість руху учня за цифровим графіком);*
4. *Порівнювати швидкості руху тіл (чим більша швидкість, тим більший кут між графіком шляху та віссю часу)*

Поряд із графіками шляху часто користуються графіками швидкості.

Завдання: Побудуйте графік швидкості руху велосипедиста.

Щоб виконати завдання необхідно:

- 1) дати відповіді на питання
 - а) Як рухається велосипедист? (рівномірно)
 - б) Що означає, що рух рівномірний? (швидкість не змінюється)
 - в) Як буде виглядати графік? (під час прямолінійного рівномірного руху графіком швидкості є пряма паралельна осі часу).

2) Заповни таблицю

t, c	0	2	4	6	8	10
v, м/с	5	5	5	5	5	5

- 3) Проведемо дві взаємно перпендикулярні осі. По горизонтальній осі – осі абсцис – відкладемо час руху в секундах, з одиничним відрізком 1 клітинка – 2с, по вертикальній осі – осі ординат – швидкість руху з одиничним відрізком 1 клітинка – 5 м/с. Побудуємо точки з координатами (0; 5), (2; 5), (4; 5), (6; 5), (8; 5), (10; 5)
- 4) З'єднаємо точки прямою лінією. Отримаємо графік швидкості велосипедиста.

Ситуація - задача:

Тарасик щодня їде з дому до ліцею, що знаходиться за 15 км. Його маршрут поділений на дві ділянки:

Ділянка І: 9 км асфальтованої дороги, якою він рухається зі сталою швидкістю 18 км/год.

Ділянка ІІ: 6 км лісової стежки, де швидкість залежить від погоди:

- у суху погоду: 12 км/год
- під час дощу: 8 км/год

Уроки у ліцеї розпочинаються о 8:30.

Завдання:

1. Склади рівняння руху Тарасика для кожної ділянки маршруту.
2. Побудуй графік залежності шляху від часу $S(t)$:
 - На осі абсцис – час у хвилинах.
 - На осі ординат – пройдений шлях у кілометрах.
 - Побудуй два графіки: для сухої погоди і для дощу.
3. Обчисли, о якій годині Тарасик повинен виїхати з дому в обох випадках, щоб не запізнитись до 8:30.
4. Проаналізуйте графіки:
 - Яка ділянка маршруту забирає найбільше часу?
 - У якому випадку шлях займає значно більше часу?
5. Запропонуйте оптимальний час виїзду або інші варіанти, як можна скоротити час у дорозі.

Формуються компетентності: математична, інформаційно-цифрова, громадянська

- Уміння будувати та аналізувати графіки руху
- Застосування рівнянь руху в реальних умовах
- Планування часу
- Критичне оцінювання ситуацій і прийняття рішень

Пропоновані задачі для розв'язання

Задача 1. Тіло коливається на пружині з амплітудою 6 см, частотою 2 Гц. Початкова фаза $\varphi=0$.

- Запишіть рівняння руху.
- Знайдіть положення тіла через 0.125 с.
- Побудуйте графік $x(t)$ на інтервалі $[0; 1]$ с.

Задача 2. Математичний маятник здійснює коливання за законом: $x(t)=0,1 \cdot \sin(6\pi t)$ [м]

- Визначте період, частоту, амплітуду.
- Побудуйте графік за 2 повних періоди.
- Коли тіло проходить положення рівноваги?

Орієнтовні теми учнівських проєктів

1. Проєкт «Швидкість мого маршруту до школи»

Завдання:

Учні фіксують свій щоденний шлях до школи (пішки, велосипедом, автобусом тощо), вимірюють відстань (Google Maps, крокомір, колеса велосипеда), записують час і обчислюють середню швидкість.

Мета:

- Побудувати графік «відстань – час»
- Порівняти різні способи добирання
- Розрахувати середню швидкість
- Зробити висновки: як змінюється час у різні дні, чому

2. Проєкт «Досліджуємо прискорення в побуті»

Завдання:

Зняти відео руху предмета (наприклад, машинки, м'яча, велосипеда) і визначити, чи рух рівномірний чи з прискоренням.

Мета:

- Побудувати графік шляху за часом
- Розрахувати середню та миттєву швидкість
- Визначити, де було прискорення/уповільнення

3. Проєкт «Фізика спорту: біг і графіки»

Завдання:

Проаналізувати рух спортсмена (учень або відео спортсмена), записати час та відстань за певні інтервали, побудувати графік руху.

Мета:

- Застосування формул швидкості
- Побудова графіка
- Аналіз нерівномірного руху в спринті/марафоні

4. Проєкт «Навігатор у моєму телефоні: як він рахує?»

Завдання:

Дослідити, як додаток Google Maps чи інший навігатор розраховує час у дорозі, побудувати свою математичну модель цього процесу.

Мета:

- Визначити, які дані збирає навігатор

- Побудувати власну формулу прогнозу часу
- Пояснити похибку

5. Проект «Графіки руху – мова фізики і математики» (для креативного представлення)

Завдання:

Створити короткий відеоролик, презентацію або комікс, у якому учні «перекладають» життєві ситуації (прогулянка з собакою, катання на гірках, рух транспорту) мовою графіків.

Мета:

- Пояснити суть графіків $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$
- Створити візуальний зв'язок між реальністю та математикою

Формат представлення проєктів:

- міні-дослідження (Google-форми, таблиці, відео, слайди)
- захист на уроці або виставка проєктів
- оцінювання за критеріями: дослідницька точність, графіки, висновки, креативність

Компетентнісне завдання до теми (на основі PISA)

Самокати сьогодні стали справжнім хітом серед підлітків. Вони зручні, компактні й дозволяють швидко дістатися до школи, друзів чи на тренування. Дехто навіть знімає відеоблоги про свої поїздки, додаючи до них графіки руху та прискорення. Але варто пам'ятати: електросамокати — це транспорт, і користуватися ними потрібно відповідально, дотримуючись правил дорожнього руху. Антон вирішив зняти відео для свого YouTube-каналу про те, як рухається його електросамокат. Він фіксував зміну положення через кожні 2 секунди. Дані заносив у таблицю.

Таблиця даних руху:

Час (с)	Шлях (м)
0	0
2	4
4	16
6	36
8	64
10	100

Завдання:

1. Побудуй графік залежності шляху від часу.
2. Знайди середню швидкість за весь проміжок часу.
3. Обчисли миттєву швидкість між 4 і 6 секундами.
4. Чи був рух рівномірним? Поясни, чому.
5. Як виглядав би графік, якби самокат рухався рівномірно?
6. Які висновки можна зробити про прискорення самоката?

Запитання для обговорення:

1. Чи можна з допомогою математики передбачити, коли автобус прибуває на зупинку?
(Відповідь: Так, математика допомагає передбачити час прибуття автобуса, використовуючи формули для розрахунку швидкості, часу та відстані. Якщо відома відстань до зупинки і середня швидкість автобуса, можна порахувати, скільки часу він витратить, щоб доїхати. Також можливо враховувати зупинки, затори чи інші фактори, що впливають на швидкість.)
2. Як фізика допомагає дізнатися, чи безпечно їхати на велосипеді зі схилу?
(Відповідь: Фізика допомагає оцінити безпечність спуску з пагорба, аналізуючи взаємодію сил, які діють на велосипедиста. Під час руху зі схилу тіло пришвидшується

під дією сили тяжіння, а гальмування залежить від сили тертя між колесами і дорогою. Знання про кут нахилу, масу велосипедиста, силу тертя і максимальне гальмівне прискорення дозволяє за допомогою фізичних формул спрогнозувати, наскільки швидко розвиватиметься швидкість, чи встигне велосипед зупинитися до повороту, та чи не перевищить швидкість критичний рівень, при якому втрачається керуваність.)

3. Уяви, що ти купуєш електросамокат. Які параметри тобі важливо знати? (Відповідь: Максимальну швидкість, дальність ходу, заряд тощо).

4. Як можна математично порівняти ефективність двох різних самокатів?

(Відповідь: Щоб порівняти ефективність двох самокатів, можна використовувати кілька показників, які легко виміряти і виразити математично:

1) час, за який самокат долає певну відстань Вимірюємо, скільки часу кожен самокат витрачає, наприклад, на 1 км. Менший час — ефективніший самокат.

2) середня швидкість руху

3) витрати енергії або заряду акумулятора (для електросамокатів). Можна порівняти, скільки енергії витрачається на подолання однієї і тієї ж відстані.

4) інші параметри — вага, комфорт, стійкість — теж можна оцінити через опитування або шкалу балів.

5. Чому графік шляху може допомогти водієві зрозуміти свій стиль їзди?

(Відповідь: Графік шляху — це візуальне представлення руху транспортного засобу у вигляді залежності пройденої відстані і швидкості від часу.

Водій, аналізуючи графік, може помітити такі особливості свого стилю їзди:

- Різкі прискорення або гальмування. На графіку це виглядає як стрімкі підйоми і спади швидкості. Часті такі зміни свідчать про агресивний стиль їзди, що призводить до більших витрат палива чи енергії.
- Плавність руху. Якщо графік плавний, без різких змін, це означає, що водій рухається стабільно, економно і безпечно.
- Час простою. Відрізки, де швидкість дорівнює нулю, показують зупинки або затори.

За допомогою аналізу графіка водій може усвідомити, де потрібно покращити манеру керування — наприклад, уникати різких прискорень і гальмувань, що продовжить термін служби техніки і економить енергію чи пальне.)

6. У яких професіях потрібні знання про швидкість, час і шлях? (пілот, кур'єр, водій тощо)

7. Якщо підліток на самокаті зупиняється різко, як це зобразиться на графіку?

(Відповідь: На графіку швидкості від часу різка зупинка буде виглядати як стрибок вниз — швидкість стрімко падає від певного значення до нуля за дуже короткий проміжок часу).

Оцінювання (максимум 12 балів):

Критерій	Макс. балів
Побудова графіка (точність, охайність)	3
Обчислення середньої та миттєвої швидкості	3
Обґрунтування рівномірності/нерівномірності	3
Командна робота та висновки	3
Загалом	12

Розділ «Математика і фізика» розкриває практичну суть обох предметів, навчає аналізувати реальні життєві ситуації та приймати зважені рішення на основі графіків, обчислень і моделювань. Таке навчання формує критичне мислення, застосування знань на практиці та підвищує мотивацію учнів до міжпредметного пізнання світу.

Корисні посилання при вивченні теми:



Довідник з математики. URL: <https://salo.li/b17741c>



Вправа «Механічний рух». URL: <https://salo.li/F20bfb8>



Електронний калькулятор. URL: <https://salo.li/311A9c2>



Відео «Аналіз графіків руху». URL: <https://salo.li/8Ef8F8f>



Інтерактивне завдання для перевірки знань URL: <https://wordwall.net/uk/resource/51767576>

Урок 2. Математика в хімії. Розчини навколо нас: як відсотки працюють в побуті

Уявіть, що кожного дня ви користуєтеся різними розчинами: чистите зуби зубною пастою, миєте руки милом, додаєте сіль чи цукор у їжу, готуєте напої або навіть приймаєте ліки. Всі ці речі пов'язані з хімією розчинів, які містять певний відсоток активної речовини.

А тепер подумайте: як ми можемо точно виміряти, скільки саме цієї речовини у розчині? І як дізнатися, чи правильно приготований розчин, щоб він був безпечним і ефективним?

Відповідь — у математиці! Зокрема, у понятті **відсотків**, які допомагають порахувати концентрацію розчинів.

Сьогодні ми дізнаємося, як математика допомагає хімікам і нам самим розуміти склад розчинів навколо, робити правильні розрахунки та застосовувати це у повсякденному житті — від приготування їжі до догляду за собою.

Отже, нам важливо вміти:

- обчислювати відсоткову концентрацію речовин у розчинах;
- застосовувати математичні методи для розв'язання задач хімії;
- розуміти поняття «розчин», «масова частка», «концентрація»;
- обчислювати концентрацію речовини;
- порівнювати концентрації в різних розчинах;
- обґрунтовувати вибір продуктів на основі аналізу складу;
- моделювати практичні ситуації (напр. приготування розчину певної концентрації).

Мотиваційні запитання до теми

1. Чи замислювався ти, як фармацевти розраховують точну дозу ліків?
2. Як математика допомагає вивести правильну кількість діючої речовини?
3. Чому недостатньо просто «приблизно» зважити речовини в лабораторії?
4. Як неточність у розрахунках впливає на результати хімічної реакції?
5. Як математика допомагає зберігати «баланс» у хімічних рівняннях?

Мотиваційні вправи, ситуації:

Ситуація з життя:

«Уявіть, що ви фармацевт або працівник хімічної лабораторії. Вам потрібно приготувати ліки або антисептик — 200 мл 70%-го розчину спирту. У вас є лише 96%-й спирт і вода. Як змішати ці речовини правильно, щоб не нашкодити людині?»

Дискусійні запитання:

1. Чи можна просто «налити на око»?
2. Що може трапитися, якщо помилитися з концентрацією?
3. Чому важливо вміти точно обчислювати, скільки речовини потрібно? (Безпека: якщо додати забагато чи замало певної речовини (наприклад, ліків або очисних засобів), це

може бути небезпечно для здоров'я або пошкодити поверхні. Ефективність: тільки правильна кількість активної речовини забезпечує бажаний результат — чи то лікування, чи миття, чи приготування їжі. Економія: уміючи точно порахувати, скільки потрібно речовини, ми не витрачаємо зайвих матеріалів і грошей.)

4. У яких ще сферах точність важлива (медицина, харчова промисловість, хімія)?
5. Які математичні знання допоможуть у таких випадках? (Масова частка, відсотки, рівняння, пропорції).
6. Хто в реальному житті щодня розв'язує такі задачі? (Лікарі, технологи, лаборанти, екологи, працівники водоканалу тощо.)
7. Чому концентровану кислоту завжди додають у воду, а не навпаки?
8. Що буде, якщо порушити це правило?

Теоретична частина відповідно до змісту уроку:

Щоб працювати в хімічній лабораторії, нам потрібно знати:

1. Основні поняття

Розчин — це однорідна суміш двох або більше речовин, зазвичай рідина, в якій одна речовина (розчинена) рівномірно розподілена в іншій (розчиннику).

Маса розчину (m) — це сума маси розчиненої речовини і маси розчинника.

$$m_{\text{розчину}} = m_{\text{речовини}} + m_{\text{розчинника}}$$

Концентрація розчину (w) — це відношення маси розчиненої речовини до маси всього

$$\omega = \frac{m_{\text{речовини}}}{m_{\text{розчину}}} \cdot 100\%$$

розчину, виражене у відсотках.

Відсоток — це одна сота частина від числа.

Щоб знайти відсоток від числа.	1. Перетворити відсоток на дріб. 2. Помножити число на цей дріб.
Щоб знайти число за його відсотком.	1. Перетворити відсоток на дріб. 2. Поділити число на цей дріб

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Пропорція — це рівність двох відношень:

Основна властивість пропорції: $ab = cd$

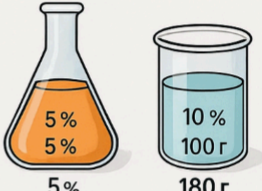
Задача 1

Знайти масу речовини в 300 г розчину з концентрацією 10 %.

$$m_{\text{речовини}} = \frac{C \cdot m.p}{100} = 30 \text{ г}$$

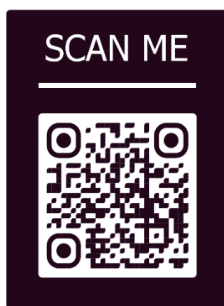

Задача 2

Знайти масу розчину концентрацією 5 %, в якому міститься 8 г речовини.

$$m_{p_5} = \frac{m_{\text{речовини}}}{100} = 8 \text{ г}$$


Розчин. Масова частка. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=hD06KNbcnFA>

Задача на приготування розчину. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=Yz0FU46liAM>



Тренувальні вправи:

Задача 1. До 80% розчину кислоти масою 6 кг вливають воду, масою 4 кг. Яка стала концентрація утвореного розчину?

Розв'язання:

Знайдемо масу кислоти в 80% розчині. Для цього складемо пропорцію

6 кг розчину – 100%

x кг кислоти – 80%

Звідси, кислоти $x = \frac{6 \cdot 80\%}{100\%} = 4,8 \text{ кг}$ в даному розчині. Якщо до цього розчину долили воду, то

6 кг + 4 кг = 10 кг – маса утвореного розчину. Оскільки маса кислоти в розчині залишилася тією ж самою, то можемо знайти її відсоткову концентрацію в новому розчині. Складаємо пропорцію:

10 кг – 100%

4,8 кг – x%

Звідси, $x = \frac{4,8 \cdot 100\%}{10} = 48\%$ Отже, концентрація нового розчину становить 48%.

Відповідь. 48%.

Задача 2. Вода містить 5% солі. Скільки треба додати до цього 30-кілограмового розчину води, щоб сіль у воді становила 1,5% ?

Розв'язання:

Щоб знайти скільки кг солі міститься у 5% розчині, складемо пропорцію:

$$30 \text{ кг} - 100\%$$

$$x \text{ кг} - 5\%$$

$$\text{Звідси, } x = \frac{30 \cdot 5\%}{100\%} = 1,5 \text{ кг}$$

Очевидно, що 1,5% розчин містить 1,5 кг солі. Знайдемо скільки кг води у цьому ж розчині

$$1,5 \text{ кг} - 1,5\%$$

$$x \text{ кг} - 98,5\%$$

$$x = \frac{1,5 \cdot 98,5\%}{1,5\%} = 98,5 \text{ кг}$$

Отже, води в утвореному розчині 98,5 кг, а було 30 – 1,5=28,5 кг. Щоб знайти, скільки долили, потрібно 98,5 – 28,5 = 70 кг.

Відповідь. Долили 70 кг води.

Задача 3. Змішали 60% - й розчин сірчаної кислоти з 25% - м її розчином і отримали 700 г 40% - го розчину. Скільки грамів кожного розчину було взято?

Розв'язання:

Нехай 60% - го розчину взяли x г, тоді 25% - го взяли $(700 - x)$ г.

У 700 г 40% - го розчину міститься $700 \cdot 0,4 = 280$ г сірчаної кислоти, в x г розчину 0,6 г кислоти, а в $(700 - x)$ г кислоти буде $0,25 \cdot (700 - x)$ г. Маємо рівняння:

$$0,6x + 0,25(700 - x) = 280,$$

$$0,6x + 175 - 0,25x = 280,$$

$$0,35x = 105,$$

$$x = 300.$$

Отже, взяли 300 г 60% - го розчину. Тоді 25% - го розчину взяли $700 - 300 = 400$ (г).

Відповідь. 300 г, 400 г.

Робота з етикетками (аналітична діяльність)

- визначити, яку речовину наведено у відсотках (цукор, сіль, кислота);
- обчислити масу речовини, якщо відома маса всього продукту

Завдання 1. Прочитати етикетку соку або йогурту. Якщо вказано: «Цукру – 11 г на 100 г продукту» з'ясуйте:

- 1) Яка масова частка цукру (%)?
- 2) Скільки грамів цукру міститься у 250 мл такого напою?

$$\text{Розв'язання: } \frac{11}{100} \cdot 100\% = 11\% \qquad 250 \cdot 0,11 = 27,5 (\text{г}) - \text{цукру}$$

Завдання 2 Рецепт вимагає 3% розчину оцтової кислоти. Є тільки 9%-й оцет.

Як приготувати 1 л 3%-го оцту з наявного?

$$x = \frac{3 \cdot 1000}{9} = 333 \text{ мл оцту} \Rightarrow 667 \text{ мл води}$$

Розв'язання:

Завдання 3 Таємничий розчин. Учням дають опис (етикетку або цифри) без назви продукту. Вони мають:

- 1) обчислити масову частку речовини;
- 2) здогадатися, який це продукт;
- 3) зробити припущення: безпечно/шкідливо, доречно чи ні.

На упаковці вказано:

- Маса продукту: 500 г
- Вміст речовини X: 75 г
- Речовина X — підсолоджувач
- Добова норма X для дорослого — не більше 30 г

Розв'язання: Масова частка: 15%

Якщо продукт масою 500 г містить 75 г підсолоджувача — це дуже багато. Ймовірно, це: газований солодкий напій або фруктовий йогурт.

Добова норма перевищена в 2,5 рази. Отже, продукт — умовно небезпечний при частому вживанні.

Варіанти відповіді від учнів:

- «Це може бути солодкий напій типу коли».
- «Занадто багато цукру — краще не пити щодня».
- «Добре б замінити натуральним соком або водою».

Приклади практичних задач для розв'язування в групах

Завдання 1. Аптекарська практика

Фармацевт має приготувати 200 г 5%-го розчину йоду. В аптеці є 10%-й розчин йоду та дистильована вода.

- Скільки грамів 10%-го розчину та скільки води потрібно взяти?
- Як зміниться концентрація, якщо замість води додати ще один розчин?

Завдання 2. Господарська задача: соління огірків

Родина готує овочі на зиму. Для мариновання потрібно приготувати 3 л 5%-го розчину оцту. Є 9%-й оцет і вода.

Завдання для групи:

- Яку кількість 9%-го оцту та води потрібно змішати?
- Обчисліть масу солі (60 г), яку треба додати для приготування повного маринаду.

Додатково: Написати покроковий рецепт для кулінарного блогу.

Завдання 3. Хімчистка «Блиск»

У хімчистці готують мийний розчин. Для очищення делікатних тканин потрібен 6%-й розчин. Є в наявності:

- 8%-й розчин (максимум 1,5 л),
- 4%-й розчин (необмежено).

Завдання для групи:

- Скласти суміш об'ємом 3 л з потрібною концентрацією.
- Варіант із мінімальними витратами вважати найкращим.

Теми для учнівських проєктів

1. Проєкт «Домашній мінілабораторний посібник: розчини навколо нас»

Завдання: учні досліджують речовини з побуту: сіль, оцет, лимонна кислота, цукор — і створюють буклет з поясненнями, як визначити концентрацію розчину вдома.

Елементи: зважування, розведення, формули, фото, QR-коди на відео.

Продукт: буклет або PDF-посібник, рекомендований одноліткам.

2. Проєкт «Читати етикетки – вміти думати»

Завдання: учні досліджують склад харчових продуктів (напої, йогурти, соки, соління) та розраховують масові частки речовин.

Фокус: розвиток математичної грамотності + критичне мислення.

Продукт: презентація «Топ-5 продуктів із прихованим вмістом цукру/солі».

3. Проєкт «Шкільна лабораторія здоров'я: готуємо корисний напій»

Завдання: учні розробляють рецепт лимонаду з натуральними компонентами, з точними обчисленнями концентрації, вартістю, калорійністю.

STEAM: математика + біологія + підприємництво + технології.

Продукт: етикетка, бізнес-план, дегустація.

4. Проєкт «Антисептик власноруч: формули та обчислення»

Завдання: на основі рецептури ВООЗ учні обчислюють точні маси інгредієнтів (спирт, гліцерин, вода), розробляють етикетку та інструкцію.

Актуальність: гігієна, пандемії, економія.

Продукт: відео або стінгазета «Як зробити антисептик правильно».

Шаблон оформлення учнівського проєкту

Проєкт «Читати етикетки – вміти думати»

1. Титульна сторінка.

2. Актуальність теми

- Чому ми обрали саме цю тему?
- Яке значення має вміння читати склад продуктів?
- Як це стосується здоров'я, математики, хімії та споживацької культури?

Приклад: Більшість покупців не звертає увагу на масову частку цукру чи солі в продуктах. Ми вирішили дослідити, чи справді звичні продукти є такими «корисними», як їх рекламують.

3. Мета та завдання проєкту

Навчитись аналізувати склад продуктів і розраховувати концентрацію речовин за етикетками.

Завдання:

1. Вибрати 3–5 продуктів із магазину.
2. Сфотографувати або переписати їхній склад.
3. Обчислити масову частку цукру, солі, жиру тощо.
4. Порівняти з рекомендованими нормами.
5. Створити підсумкову таблицю та зробити висновки.

4. Матеріали та методи

Джерела інформації: етикетки, онлайн-калькулятори, сайти про здорове харчування.

Інструменти: ваги (якщо є), калькулятор, таблиці.

Одиниці виміру: г/100 г, %, ккал, г/л тощо.

Практична частина / Дослідження

№	Назва продукту	Масова частка цукру(%)	Сіль(%)	Калорійність(ккал/100 г)	Висновок
1	Йогурт «Полуничний»	12%	0,1%	85	Занадто багато цукру
2	Сік «Апельсиновий»	9%	-	45	Помірно солодкий
3	Хліб «Тостовий»	5%	1,4%	240	Перевищення солі

6. Висновки

Що здивувало найбільше?

Які продукти безпечніші для здоров'я?

Чи з'явилися нові харчові звички після дослідження?

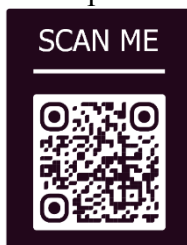
7. Рекомендації

- Як обирати продукти свідомо?
- На що звертати увагу на етикетці?
- Чому математика важлива в щоденних покупках?

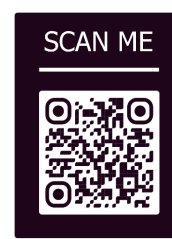
8. Формат задачі:

- Презентація (Google Slides / PowerPoint)
- Буклет (Canva / Word / PDF)

Інтерактивні вправи та тести з теми:



URL: <https://surl.li/txlufu>



URL: <https://surl.li/txtgpl>

«Живий розчин»

(ігрова симуляція з участю учнів як компонентів розчину)

Учні — це молекули: одна частина класу — «розчинник», інша — «розчинена речовина». Формують групи по 10 осіб, імітуючи концентрації 10%, 20%, 50% тощо.

Після цього — обговорення: *Що означає бути «10%» в реальному житті?*

Практичне заняття

Тема «Виміряти невидиме: що розповість нам рівень рН?»

Мета: Сформувати в учнів уявлення про рівень рН як показник кислотності або лужності середовища; навчити розрізняти кислоти, основи та нейтральні речовини за рН-значенням; розвивати вміння аналізувати властивості речовин у повсякденному житті; виховувати екологічну свідомість і допитливість через практичне вимірювання рівня рН різних побутових речовин.

Очікувані результати навчання за компетентностями

Компетентність	Очікуваний результат учня/учениці
----------------	-----------------------------------

Природнича	пояснює поняття рН; визначає кислотні, лужні та нейтральні розчини за показником рН
Математична	використовує шкалу рН для порівняння речовин; проводить обчислення з логарифмічною шкалою
Інформаційно-цифрова	шукає інформацію про рН продуктів у відкритих джерелах, презентує її у вигляді таблиці або графіка
Уміння вчитися впродовж життя	проводить самостійний дослід, формулює висновки на основі експерименту
Здоров'язбережувальна/екологічна	пояснює вплив рівня рН на організм людини, природу, ґрунт, воду

Мотиваційні запитання

- ☐ Що ви знаєте про рН? Де ви зустрічали це поняття в реальному житті? (варіанти відповідей: шампуні, вода, ліки, басейни, реклама)
- ☐ Навіщо виробники пишуть на етикетках: "рН нейтральний", "рН 5.5", "баланс рН"? Як ви думаєте, що це означає? Чому це важливо для шкіри або організму?
- ☐ Як зміниться стан водойми, якщо її рН впаде нижче 5?– Що буде з рибами, рослинами?
- ☐ – Чи можна це виміряти математично?
- ☐ Як зміниться смак і реакція, якщо збільшити кількість кислоти у рецепті лимонаду? Як зміниться рН.

Теоретичний матеріал

рН — це не просто число. Воно показує реальну концентрацію іонів H^+ у розчині. Сьогодні ми дізнаємося, як це обчислювати та чому це важливо — від хімії в шкільній лабораторії до здоров'я людини й стану довкілля.

Таблиця рН-рівнів відомих речовин

Речовина	рН-показник	Характер середовища
Лимонний сік	$\approx 2,0-2,5$	кисле
Шлунковий сік (HCl)	$\approx 1,0$	дуже кисле
Газований напій (кола)	$\approx 2,5-3,0$	кисле
Апельсиновий сік	$\approx 3,5$	кисле
Дистильована вода	$\approx 7,0$	нейтральне
Молоко	$\approx 6,5-6,8$	слабокисле
Мило (рідке або тверде)	$\approx 9,0-10$	лужне
Пральний порошок	$\approx 10,0-11,0$	лужне
Хлорка	$\approx 11-12,5$	сильно лужне
Содовий розчин	$\approx 8,5$	слаболужне

Чому важливо знати рН для здоров'я людини й довкілля?

Для здоров'я людини:



рН шкіри та косметики: Наша шкіра має рН приблизно 5.5. Якщо мило чи крем має занадто високий або низький рН – це може призвести до подразнень, алергії, висипань.



рН шлункового соку: Він дуже кислий (рН $\approx 1.5-3.5$) – це потрібно для перетравлення їжі. Якщо рН порушується (наприклад, через ліки або стрес), можуть виникнути печія, виразка або проблеми з травленням.



рН крові: Норма – 7,35–7,45. Навіть невелике

рН ШКАЛА



Задачі

1) Учень виміряв рН питної води — 6,5. Чи можна її вважати нейтральною? Поясни чому. Так, питну воду з рН = 6,5 можна вважати майже нейтральною, хоча вона трохи кисла.

Пояснення:

- Нейтральне середовище — це рН = 7,0.
- Якщо рН < 7 — розчин кислий, якщо > 7 — лужний.
- Вода з рН = 6,5 лише злегка відхиляється від нейтрального значення, тому вона не є небезпечно кислою.
- Така вода відповідає нормам для питної води, якщо в ній немає інших шкідливих речовин.

2) Якщо рН басейну становить 8,5, чи комфортно буде вода для людини? Який рН є рекомендованим?

Вода з рН = 8,5 у басейні не є ідеально комфортною для людини. Вона трохи занадто лужна, що може викликати подразнення шкіри, очей та слизових оболонок.

Норма: рН = 7,2 – 7,6

- Це значення найбільш близьке до рН людської шкіри та очей (~5,5–7,4).
- У цьому діапазоні хлорні дезінфектанти також працюють найефективніше.

Формула для обчислення рН: $pH = -\lg[H^+]$

$[H^+]$ — концентрація іонів гідрогену (водню) в моль/л

Задача

Умова: Концентрація іонів водню в розчині дорівнює $1 \cdot 10^{-3}$ моль/л. Знайди рівень рН цього розчину.

Розв'язання:

$$pH = -\lg(1 \cdot 10^{-3}) = -(-3) = 3$$

Висновок: рН = 3 → розчин **кислий**.



Урок 3. Математика в біології. Генетика і ймовірність.

Починаючи вивчення цієї теми, доцільно активізувати попередній досвід учнів, пов'язаний із вивченням спадковості в біології, розв'язуванням задач на ймовірність у математиці, а також зі спостереженням подібних ознак у членів родини (наприклад, колір очей, група крові, форма мочки вуха тощо).

Важливо створити навчальний контекст, у якому виникає потреба застосувати поняття ймовірності для пояснення закономірностей спадковості. Такий підхід сприяє розвитку міжпредметних зв'язків і формує уявлення про застосування математичних моделей у біологічних науках.

Для формування мотивації варто підготувати прості й цікаві приклади з життя (наприклад, передбачення ймовірності народження дитини з певною ознакою), запропонувати учням розв'язати біологічну задачу з математичним підґрунтям, створивши проблемну ситуацію.

Доцільно також передбачити організацію роботи в парах чи малих групах для спільного аналізу спадкових випадків, обговорення генетичних термінів і математичних стратегій. Це дозволить не лише поглибити розуміння нового матеріалу, а й закріпити вміння оперувати поняттями ймовірності у біологічному контексті.

Мотиваційний вступ до теми:

Якщо ви колись замислювалися, чому у вас такі очі, як у мами, або чому деякі хвороби передаються з покоління в покоління — ви вже торкалися генетики. А тепер уявіть: за всім цим — математична модель. Випадковість чи закономірність?

Математика допоможе розібратись.

Уявіть, що в генетичному «лото» беруть участь не кульки, а гени. І від того, які з них «випадуть», залежить зовнішність, здатність до певних хвороб і навіть колір шерсті домашнього улюбленця. Але чи це справді випадковість? Чи можна передбачити ймовірність народження дитини з блакитними очима або з рідкісною групою крові?

У тебе очі як у мами, а волосся – як у тата! – таке ти, напевно, чув(-ла) не раз. Або, може, у твоєї родині всі мають кучеряве волосся, і тільки твоя – пряма «гладенька коса»?

Чи задумувався (-лася) ти, чому деякі діти схожі на бабусю, а інші — на дядька, якого майже не бачили?

Здавалося б, усе це — збіг, випадковість. Але за цим стоїть дещо більше — передбачувана історія, яка прихована у нас всередині, в наших клітинках. І сьогодні ми спробуємо її прочитати.

Математика — це не лише про формули. Це про те, **як передбачити майбутнє**, зокрема й те, які риси ми можемо успадкувати. І якщо ти хочеш зрозуміти, *чому саме ти — це ти*, — ця тема для тебе.

На уроці ви дізнаєтесь, як поняття **ймовірності**, що вивчається у математиці, допомагає **пояснити закономірності спадковості** у біології. Ви побачите, що навіть спадкові ознаки можна обчислити, використовуючи моделі, таблиці, схеми й логіку. А головне — зрозумієте, що математика не відірвана від життя, а навпаки — пояснює саму його суть.

Мотиваційні запитання для обговорення з учнями:

1. **Чому у двох коричневооких батьків може народитися дитина з блакитними очима?**
(Відповідь: Тому що батьки можуть бути носіями рецесивного (непомітного) гена, який проявиться у дитини. Це можна передбачити за законами Менделя і ймовірністю).
2. **Чи можна передбачити стать майбутньої дитини?**
(Відповідь: Повністю — ні, бо стать визначається випадковим поєднанням хромосом. Але ймовірність народження хлопчика або дівчинки — приблизно 50%).
3. **Чому деякі хвороби передаються в родині, а деякі — ні?**
(Відповідь: Деякі хвороби пов'язані зі спадковими генами. Якщо обидва батьки — носії, ймовірність успадкування підвищується. Це теж можна порахувати математично).
4. **Чи можна використати математику для селекції рослин і тварин?**
(Відповідь: Так. Селекціонери використовують знання ймовірності та генетики для виведення нових сортів та порід).
5. **Чому двоє братів можуть мати різні групи крові, хоча мають одних батьків?**
(Відповідь: Різні поєднання алелей, що відповідають за групу крові, мають різний результат. Ймовірність кожного варіанта можна обчислити).
6. **Як за допомогою таблиці Пеннета можна передбачити ознаки потомства?**
(Відповідь: Таблиця Пеннета — це графічна модель, яка показує всі можливі поєднання алелей батьків і допомагає обчислити ймовірність появи ознак у потомства.)
7. **Чому в родині, де всі мають темне волосся, з'явилася дитина зі світлим?**
(Відповідь: Бо мама і тато могли мати в собі «світлий» ген, просто він був прихований. І тепер він проявився.)
8. **Чому у твого двоюрідного брата зелені очі, а в усіх інших — карі?**
(Відповідь: Гени іноді «перестрибують» покоління — певна ознака може проявитися лише за певних умов).
9. **Чому лікарі питають про хвороби в родичів, коли ти приходиш на обстеження?**
(Відповідь: Бо деякі хвороби можуть бути спадковими. Це не означає, що вони точно з'являться, але шанс — є. І його можна порахувати.)
10. **Чому в одній родині одна дитина погано бачить, а інша — має «суперзір»?**

(Відповідь: Гени можуть поєднуватись по-різному. Кожен новий організм — як мікс з новим «рецептом».)

11. Чому сестра має групу крові, як у тата, а брат — як у мами?

(Відповідь: Це теж спадковість. Комбінації генів відповідають за групу крові — і ми можемо передбачити варіанти.)

12. Чи можна навмисно спланувати появу дитини з певним кольором очей чи волоссям?

(Відповідь: На 100% — ні. Але ймовірність таких варіантів можна обчислити.)

Ці питання можна дати для обговорення в парах, для голосування в класі або як вступ до практичної задачі.

Теоретична частина відповідно до змісту уроку

1. Основні поняття генетики

- Ген — ділянка ДНК, що відповідає за формування певної ознаки.
- Алель — одна з форм одного й того ж гена (наприклад, А — домінують, а — рецесивна).
- Генотип — сукупність алелів (напр., АА, Аа або аа).
- Фенотип — зовнішній прояв генотипу (наприклад, колір очей).
- Гомозигота — організм з однаковими алелями (АА або аа).
- Гетерозигота — організм з різними алелями (Аа).
- Домінують ознака — проявляється завжди, навіть за наявності одного домінують алеля.
- Рецесивна ознака — проявляється лише за відсутності домінують алеля (тобто у гомозиготному стані аа).

Завдання до ключових понять

«Поясни своїми словами»

Попросіть учнів записати визначення простими словами, якби вони пояснювали молодшому брату / сестрі або другу, що ніколи цього не чув. Можна дати картки з поняттями або написати терміни на дошці.

- Що таке **ген**?
- Що таке **алель**?
- Що означає, що ген **домінують**?
- Як ти розумієш слово **рецесивний**?
- У чому сенс поняття **ймовірність**?
- Що таке **спадковість**?

Рекомендація: Додай приклад із життя або родини до кожного поняття.

«Обговори в парі» (або малій групі)

Попросіть учнів обговорити в парах або групах по 3–4 особи одне із запитань і підготувати відповідь для представлення перед класом:

1. Які ознаки в тебе або твоїх родичів могли передаватися у спадок?
2. Як ти думаєш, чому в родині можуть народитися діти, що не зовсім схожі на батьків?
3. Яку ознаку ти хотів(-ла) б успадкувати від мами чи тата — і чому?
4. Як ти розумієш: «Математика допомагає читати гени»?
5. Чи можна «вгадати», яка група крові буде у дитини? Як математика тут допоможе?
6. Як ти думаєш, що важливіше — випадковість чи закономірність у спадковості?

Після обговорення можна дати класу коротке усне опитування або запропонувати написати «1 хвилина – 1 думка»: що нового дізнався/зрозумів.

2. Закони Менделя

Перший закон Менделя (закон одноманітності гібридів першого покоління):

При схрещуванні двох гомозигот ($AA \times aa$), все потомство (F_1) буде мати однаковий генотип — Aa , тобто всі нащадки гетерозиготні з домінантною ознакою.

Другий закон Менделя (закон розщеплення): У другому поколінні (F_2), отриманому від схрещування гібридів першого покоління ($Aa \times Aa$), ознаки розщеплюються у співвідношенні:

- Генотипи: 1 : 2 : 1 ($AA : Aa : aa$)
- Фенотипи: 3 : 1 (домінантний : рецесивний)

3. Застосування теорії ймовірностей у генетиці

Приклад: Якщо схрестити двох гетерозигот ($Aa \times Aa$), яка ймовірність того, що нащадок буде мати рецесивну ознаку?

Можливі генотипи: AA, Aa, Aa, aa

Ймовірність отримати $aa = 1 \text{ з } 4 = 25\%$

4.

5.

Якщо
то:

Кожна пара

$AaBb$,

розщеплення — 9:3:3:1

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

Решітка Пеннета (таблиця схрещування)

Незалежне успадкування ознак

розглядати 2 ознаки (наприклад, колір і форма насіння),

алелів успадковується незалежно, якщо гени не зчеплені.

Комбінаторика: для двох ознак з генотипом $AaBb \times$ отримаємо 16 комбінацій генотипів (4×4). Фенотипове

6. Біоетичні та практичні аспекти

- Передбачення спадкових хвороб (ймовірність бути носієм)
- Планування генетичних досліджень у сільському господарстві
- Аналіз популяцій та еволюційних тенденцій.

Висновок

Генетика та ймовірність — яскравий приклад міждисциплінарного підходу. Математичні методи дають змогу робити точні передбачення щодо спадковості, тоді як біологія надає контекст та зміст цим розрахункам.

Ілюстративні приклади

Практична робота: Генетика та ймовірність.

Ймовірність успадкування ознак (решітка Пеннета)

Зміст:

- основні поняття: домінантність, рецесивність, гомо – і гетерозиготи;
- схрещування (моно – і дигібридне);
- побудова решіток Пеннета, обчислення ймовірностей.

Види діяльності:

- створення моделей схрещування;
- обчислення ймовірності народження горошин з певними ознаками;
- графічне зображення результатів.

Теоретичний матеріал

Домінантність і рецесивність

Домінантний алель — той, який переважає і визначає ознаку, навіть якщо є в єдиному екземплярі (наприклад, ген карих очей — **V**).

Рецесивний алель — проявляється тільки тоді, коли він є в обох батьківських копіях (наприклад, блакитні очі — **v**).

Якщо у дитини генотип Vv (карий+блакитний), вона матиме карі очі, бо домінантний ген «перемагає».

Гомозигота і гетерозигота

- **Гомозигота** — два однакові алелі (BB або bb)
- **Гетерозигота** — два різні алелі (Bb)

Приклад: рослина гороху з фіолетовими квітками може мати генотипи BB (гомозигота) або Bb (гетерозигота).

Схрещування

Моногібридне схрещування

Схрещування за однією ознакою (наприклад, колір насіння: жовте або зелене).

Використовують решітку Пеннета розміром 2×2.

Приклад задачі: У гороху жовтий колір насіння (ген Y) — домінуючий, зелений (ген y) — рецесивний. Батьки — гібриди (Yy × Yy). Скласти решітку Пеннета й обчислити ймовірність появи зелених насінин.

Розв'язання:

	Y	y
Y	YY	Yy
y	Yy	yy

- **3 з 4 (YY, Yy, Yy)** — жовті насінини
- **1 з 4 (yy)** — зелені

Відповідь: 25% насінин будуть зеленими.

Дигібридне схрещування

Схрещування за двома ознаками одночасно (наприклад, колір і форма насіння).

Приклад задачі: У гороху:

- Жовтий (Y) домінує над зеленим (y)
- Гладке (R) домінує над зморшкуватим (r)

Батьки: **YyRr × YyRr**

Решітка Пеннета — 4×4, усього 16 комбінацій.

Обчислення ймовірностей

Використовується правило множення ймовірностей:

Наприклад:

Ймовірність жовтого насіння (Yy × Yy) = 75%. Ймовірність гладкого (Rr × Rr) = 75%.

Ймовірність **жовтого і гладкого** = 0,75 × 0,75 = **56,25%**

Складемо **решітку Пеннета** для **дигібридного схрещування** (YyRr × YyRr) — за двома ознаками:

- **колір насіння** (жовтий — Y, зелений — y)
- **форма насіння** (гладкий — R, зморшкуватий — r)

	RY	Ry	rY	ry
RY	RRYY	RRYy	RrYY	RrYy
Ry	RRYy	RRyy	RrYy	Rryy
rY	RrYY	RrYy	rrYY	rrYy
ry	RrYy	Rryy	rrYy	rryy

Цю таблицю можна використати:

- для аналізу **ймовірності появи кожного фенотипу**;

- для побудови **графіків**;
- як **практичну вправу**: учні самостійно класифікують генотипи й рахують частки кожної ознаки.

Аналіз результатів дигібридного схрещування

Генотипи в решітці Пеннета:

- 16 клітинок = 16 можливих комбінацій у потомства

Можливі фенотипи:

Фенотип	Пояснення (домінантні ознаки)	Генотипи	Кількість	Частка
Жовті, гладкі	Є Y і R	YYRR, YYRr, YyRR, YyRr	9	9/16
Жовті, зморшкуваті	Є Y, але rr	YYrr, Yyrr	3	3/16
Зелені, гладкі	yy, але є R	yyRR, yyRr	3	3/16
Зелені, зморшкуваті	yurr	yurr	1	1/16

Фенотипове співвідношення: 9 : 3 : 3 : 1 — класичне правило Менделя для дигібридного схрещування.

Приклад задачі з розв'язанням

Задача:

У рослин гороху жовтий колір насіння (Y) і гладка форма (R) — домінантні ознаки. Зелене насіння (y) і зморшкувате (r) — рецесивні. Якщо схрестити двох гетерозигот (YyRr × YyRr), знайти ймовірність того, що:

1. Потомство буде жовтим і гладким.
2. Потомство буде зеленим і зморшкуватим.

Розв'язання:

1. **Ймовірність жовтого і гладкого:**

$$9 \text{ з } 16 = 9/16 = 56,25\%$$

- Ймовірність зеленого і зморшкуватого:**

$$1 \text{ з } 16 = 1/16 = 6,25\%$$

Відповідь:

1. 56,25%; 2) 6,25%

Побудуємо **секторну діаграму**, яка демонструє **фенотипне співвідношення** у потомства при дигібридному схрещуванні



- **56,3%** — жовті й гладкі
- **18,8%** — жовті й зморшкуваті
- **18,8%** — зелені й гладкі
- **6,3%** — зелені й зморшкуваті

Практична частина:

Вправи з побудови решітки Пеннета та обчислення ймовірностей

Пояснювальна записка до вправи

Тема розділу: Математика в біології. Генетика і ймовірність

Назва вправи: Побудова решітки Пеннета та обчислення ймовірності появи спадкових ознак.

Тип вправи: SMART-задача міжпредметного спрямування.

Мета вправи:

- сформувати в учнів уявлення про математичне моделювання спадкових процесів;
- навчити будувати решітки Пеннета для передбачення можливих генотипів нащадків;
- ознайомити з поняттями: домінантність, рецесивність, гомо- та гетерозиготність;
- розвивати вміння обчислювати ймовірності появи спадкових ознак;
- інтегрувати знання з біології та математики через розв'язання життєвих ситуацій.

Компетентнісний потенціал вправи:

☐ **Предметні компетентності (математика):**

- застосування поняття ймовірності в реальному контексті;
- побудова та аналіз таблиць варіантів (решіток Пеннета);
- використання комбінаторного підходу до передбачення результатів.

☐ **Міжпредметні компетентності (біологія):**

- розуміння основ генетики: закономірності спадковості, схрещування, ознаки, які передаються поколіннями;
- використання моделі Пеннета для прогнозування ознак у нащадків.

☐ **М'які навички:**

- критичне мислення (аналіз ситуацій, формулювання висновків);
- вміння працювати з даними, застосовувати обчислення до реального життя;
- розвиток допитливості, рефлексії, усвідомлення себе в навчанні.

Зміст і структура вправи:

Вправа включає три життєво зорієнтовані ситуації, пов'язані з такими ознаками:

- колір очей у дитини;
- наявність ямочки на щоці;
- група крові майбутньої дитини.

У кожній ситуації учні:

1. Визначають генотипи батьків.
2. Будують решітку Пеннета.
3. Обчислюють ймовірності появи тих чи інших ознак.
4. Формулюють висновки щодо результатів.

Очікувані результати навчання:

Після виконання вправи учень / учениця:

- пояснює, як працює модель схрещування на прикладі людей;
- будує решітку Пеннета для конкретного генетичного випадку;

- обчислює ймовірності появи ознак у потомства;
- оцінює, чи реальний той чи інший варіант у житті;
- усвідомлює практичну цінність знань з математики та біології.

Відповідність змістовим лініям та очікуваним результатам (НУШ):

- **Ймовірність і статистика:** аналіз можливих результатів на основі схрещування.
- **Математичне моделювання:** побудова моделей життєвих ситуацій.
- **Реальне життя і наука:** приклади, пов'язані з родиною, зовнішністю, здоров'ям.

Форма організації роботи:

- індивідуально (побудова моделей та обчислення);
- у парах або групах (аналіз ситуацій, обговорення висновків, порівняння моделей).

Примітка для вчителя:

Цю вправу доцільно використовувати після ознайомлення учнів з основними поняттями генетики (під час інтегрованого курсу або у співпраці з учителем біології). Вона також може бути частиною міжпредметного проекту.

Пропоновані завдання для виконання в групах

Інструкції:

Кожне завдання виконується групою з 4 учасників. Кожен учасник має свою роль і відповідальність. На аркушах є місце для малювання решіток Пеннета.

Групи по 4 учасники:

Роль	Обов'язки
1.Графік	Створює решітку Пеннета, акуратно малює її на аркуші
2. Аналітик	Аналізує результати, обчислює ймовірності, пояснює висновки
3. Секретар	Фіксує відповіді, формулює письмові пояснення
4. Презентатор	Готує усну презентацію результатів групи, відповідає на питання

Завдання для груп

Завдання 1. Колір очей у родині

Ситуація: Мама і тато мають карі очі (генотип Bb), але у їхній родині народилася дитина з блакитними очима.

Відомо:

- Карий колір очей (B) — домінантний
- Блакитний (b) — рецесивний
- Генотипи батьків: Bb × Bb (гетерозиготи)

Завдання:

1. Побудуйте решітку Пеннета для пари Bb × Bb.
2. Обчисліть ймовірність, що дитина:
 - а) матиме блакитні очі (bb)
 - б) буде гомозиготою з карим кольором очей (BB)
3. Поясніть, чому народження блакитноокої дитини — не така вже й рідкість.

Очікуване рішення:

- Генотипи: BB, Bb, Bb, bb
- Вірогідність блакитних очей (bb): 25%
- Вірогідність BB: 25%

Картка для завдання 1: Колір очей у родині

1. Побудуйте решітку Пеннета для пари Bb × Bb:	
--	--

2. Обчисліть ймовірність, що дитина: а) матиме блакитні очі (bb): б) буде гомозиготою з карим кольором очей (BB)	
3. Поясніть, чому народження блакитноокої дитини — не така вже й рідкість:	

Або інший варіант (на розсуд вчителя)

Картка для завдання 1: Колір очей у родині

1. Побудуйте решітку Пеннета для пари $Bb \times Bb$ (Намалюйте решітку тут)

2. Обчисліть ймовірність, що дитина:

а) матиме блакитні очі (bb): _____ %

б) буде гомозиготою з карим кольором очей (BB): _____ %

3. Поясніть, чому народження блакитноокої дитини — не така вже й рідкість:

Завдання 2. Чи буде у дитини ямочка на щоці?

Ситуація:

Тато має ямочку на щоці (генотип Dd), мама — немає (dd).

Їхня дитина народилася без ямочки. Чи це можливо?

Відомо:

- Ямочка (D) — домінуюча
- Відсутність ямочки (d) — рецесивна
- Генотипи батьків: тата Dd , мами dd

Завдання:

1. Побудуйте решітку Пеннета для пари $Dd \times dd$.
2. Обчисліть ймовірність, що дитина:
а) матиме ямочку
б) не матиме ямочки
3. Зробіть висновок, чи відповідає ситуація генетичним законам.

Очікувана відповідь:

- Генотипи: Dd, dd, Dd, dd
- Ймовірність ямочки: 50%, без ямочки: 50%

Картка для завдання 2: Чи буде у дитини ямочка на щоці?

1. Побудуйте решітку Пеннета для пари $Dd \times dd$: (Намалюйте решітку тут)

2. Обчисліть ймовірність, що дитина: а) матиме ямочку: _____ %;
б) не матиме ямочки: _____ %

3. Зробіть висновок, чи відповідає ситуація генетичним законам:

Завдання 3. Група крові дитини

Ситуація:

Мама має II групу крові (генотип IAi), а тато — III групу (IBi). Вони очікують на дитину. У них народилась дитина з групою крові IY.

Чи можливо це?

У генетичному кодуванні груп крові "i" позначає рецесивний алель, що відповідає за нульову (I) групу крові. Оскільки батьки мають II та III групи крові відповідно, позначення IA та IB вказують на домінуючі алелі, які кодують антигени A та B на поверхні еритроцитів. Комбінація IAi та IBi означає, що у кожного з батьків є один рецесивний алель (i), який не проявляється, оскільки присутній домінуючий алель (IA або IB).

Завдання:

1. Побудуйте решітку Пеннета для схрещування $IAi \times IBi$.
2. Визначте можливі групи крові у дитини.
3. Обчисліть ймовірність, що дитина:
 - а) матиме I групу
 - б) матиме AB групу
4. Дайте відповідь на питання: чи можливо, що дитина матиме групу крові IY, якої немає у жодного з батьків. Чи можливо, що дитина матиме ту ж групу крові, що й кожен з батьків?

Очікувана відповідь:

- Комбінації: $IAIB$ (AB), IAi (II), IBi (III), ii (I)
- Ймовірність: кожна група — по 25%

Картка для завдання 3: Група крові дитини

1. Побудуйте решітку Пеннета для схрещування $IAi \times IBi$: (Намалюйте решітку тут)

2. Які групи крові можливі у дитини? (Перелічіть):

3. Обчисліть ймовірність, що дитина:

а) матиме I групу: _____ %; б) матиме AB групу: _____ %

4. Чи можливо, що дитина матиме групу крові, якої немає у жодного з батьків? (Так / Ні) _____

Поясніть відповідь:

Вимоги до оформлення результатів дослідження

- Решітка Пеннета має бути акуратно намальована, чіткі клітинки, позначені генотипи.
- Обчислення ймовірностей мають бути чітко пояснені (формули/логіка).
- Письмове пояснення висновків — повне, коротке, зрозуміле.
- Всі відповіді мають бути подані чисто, без помарок.

Критерії оцінювання (12-бальна шкала)

Оцінка	Критерії
12-10	Решітка і обчислення правильні, оформлення бездоганне, висновки логічні і повні, презентація чітка.
9-7	Невеликі помилки у малюнку або обчисленнях, оформлення охайне, пояснення зрозумілі.
6-4	Помилки у решітці або обчисленнях, частково нечітке оформлення, неповні пояснення.
3-1	Значні помилки, оформлення неохайне, висновки не логічні, відсутня презентація
0	Завдання не виконано або робота не відповідає вимогам.

Практична робота 2: Генетика та ймовірність. Схрещення насінин гороху.

Загальна задача для всіх груп:

У гороху домінантна ознака — кругла форма насінин (А), рецесивна — зморшкувата (а). Обидва батьки гетерозиготні (Аа). Розглянемо схрещування Аа × Аа.

Завдання для груп

Група 1: Побудова генетичного квадрату (моногібридне схрещування)

- Скласти квадрат Пеннета для схрещування Аа × Аа.
- Визначити всі можливі генотипи та фенотипи потомства.
- Визначити відсоток нащадків із круглими та зморшкуватими насінинами.

Група 2: Обчислення ймовірностей

- Обчислити ймовірність народження потомства з круглою формою.
- Обчислити ймовірність народження потомства зі зморшкуватою формою.
- Пояснити, як застосувати правила ймовірності для цієї задачі.

Група 3: Розширене завдання — дигібридне схрещування

- Припустити, що колір насінин домінантний жовтий (В) проти зеленого (b).
- Скласти квадрат Пеннета для схрещування АаВв × АаВв.
- Визначити ймовірності для кожного фенотипу (форма та колір насінин).

Група 4: Практичне застосування та аналіз

- Проаналізувати, як результати задачі можуть бути корисними у сільському господарстві.
- Запропонувати приклади з реального життя, де генетика ймовірностей застосовується для прогнозів.
- Сформулювати питання для подальшого вивчення (наприклад, вплив мутацій, складніші схрещування).

Теоретичні матеріали

- Інструкція: як складати квадрат Пеннета. URL: <https://surl.lt/xdgayp>
- Основи генетики — короткий конспект (укр.) URL: <https://osvita.ua/vnz/reports/genetics/>

Онлайн-інструменти для практики

- Онлайн-генетичний квадрат (Punnett Square Generator)
URL: <https://www.biologymad.com/punnett-square.html>
- Симулятор дигібридного схрещування
URL: <https://www.geneticeedu.com/punnett-square-calculator/>

Відео-лекції

- Генетика. Основи. (Українською)
URL: <https://www.youtube.com/watch?v=G3CG5Xx8-oE>
- Genetics and Probability (англ.) — Khan Academy
URL: <https://www.khanacademy.org/science/biology/classical-genetics>

Додатки для перевірки знань учнів:



Тест «Генетика».



Тест з теми - Математика в біології- генетика і ймовірність.



Урок 4: Математика у географії та екології. Кліматичні моделі. Прогнозування природних катастроф



Презентація «Кліматичні зміни» (використання математичних та географічних завдань для аналізу кліматичних показників).



Математика і клімат: дослідження моделей та прогнозування катастроф.

Цей методичний інструментарій розроблено для учнів 10 класу профільної школи та вчителів математики й географії. Він має на меті продемонструвати глибокий зв'язок між

математикою та географією на прикладі вивчення кліматичних моделей та прогнозування кліматичних катастроф. Матеріал охоплює мотиваційні аспекти, теоретичні основи, практичні завдання та можливості для проектної діяльності, сприяючи формуванню компетентностей у сфері аналізу даних, моделювання та прийняття рішень щодо глобальних кліматичних викликів.

Сьогодні світ стоїть перед серйозними кліматичними викликами: підвищенням середньої температури, таненням льодовиків, зміною режиму опадів та зростанням рівня моря. Ці зміни впливають на життя кожного з нас — від погіршення умов для сільського господарства до збільшення кількості стихійних лих.

Але як ми можемо розуміти, що відбувається з кліматом і що чекає нас у майбутньому? Саме тут на допомогу приходить математика. За допомогою геометрії, статистики і моделей прогнозування вчені досліджують кліматичні дані, аналізують тенденції та роблять прогнози, які допомагають приймати важливі рішення.

Сьогодні ми відкриємо для себе, як математика стає потужним інструментом у боротьбі з глобальними змінами і як кожен з нас може зрозуміти ці складні процеси через прості наукові методи.

Мотиваційні вправи і запитання

1. Запитання для обговорення:

— Що ви знаєте про зміну клімату? Чи відчуваєте ви якісь її прояви у своєму житті?

— Як ви думаєте, які фактори можуть впливати на клімат?

2. Ситуація для роздумів: Уявіть, що ви — екологи, які мають передбачити, як зміниться температура у вашому місті через 10 років. Яку інформацію і які інструменти ви б використали для цього?

3. Вправа «Порівняй дані»: Учням пропонується подивитися на два графіки: один із середньою температурою 50 років тому, інший — сучасний. Потрібно помітити відмінності і подумати, що могло спричинити зміни.

4. Короткий мозковий штурм:

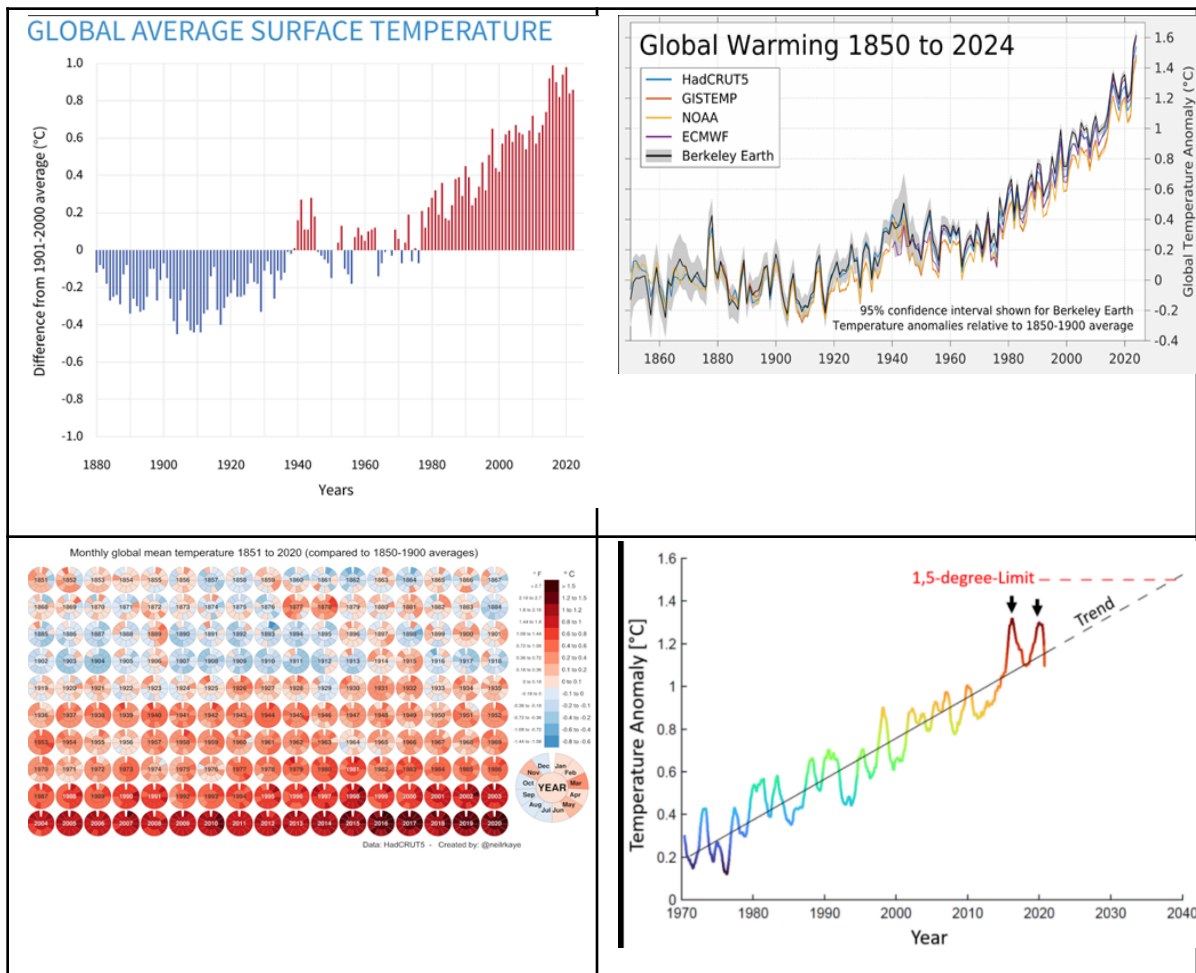
— Як ви вважаєте, чому вчені використовують саме математику для вивчення клімату?

— Які математичні інструменти, на вашу думку, можуть допомогти зробити прогнози?

5. Інтерактивне завдання «Погода чи клімат?»

Учням пропонується навести приклади погодних явищ (наприклад, дощ у певний день) і кліматичних тенденцій (наприклад, більш теплі зими протягом останніх років), щоб зрозуміти різницю.

Графіки для обговорень:



Корисні посилання

- Зміна клімату: глобальна температура. URL: <https://surli.cc/uymiri>
 - Звіт про глобальну температуру на 2024 рік. URL: <https://surli.lu/zegwye>
 - Візуалізовано: історичні тенденції глобальних щомісячних температур поверхні (1851-2020 pp.). URL: <https://surli.li/jhsol>
- Реальний клімат. Кліматологія від кліматологів. URL: <https://surli.li/ctaafb>

Висновки за графіками:

Спостерігаємо зміну клімату

1. **Температурні аномалії від 1880 до сьогодні** — червоні стовпці позначають роки тепліші за середній рівень XX століття, сині — холодніші climate.gov.
2. **Графік глобального потепління із 1850 по 2024 рік** — чітко видно експоненційне зростання температури en.wikipedia.org.
3. **Табло тенденцій температур за роками (warming stripes)** — інтуїтивна візуалізація: від холодних до надзвичайно теплих років.
4. **Графік тренду температур з позначкою порога 1,5 °C** — демонструє, як сучасні температури перевищують науково важливу межу scitechdaily.com+15realclimate.org+15axios.com+15.

Мотивація до вивчення кліматичних моделей

Для чого нам вивчати кліматичні моделі та прогнозувати кліматичні катастрофи? Ця тема є надзвичайно актуальною у сучасному світі. Зміни клімату вже впливають на життя мільйонів людей, спричиняючи посухи, повені, урагани та інші екстремальні погодні явища.

Уявіть, що ви працюєте у міжнародній організації, яка займається питаннями кліматичних змін. Ваше завдання — спрогнозувати наслідки підвищення рівня Світового океану для прибережних міст. Які математичні методи ви використаєте для розрахунків? Які географічні дані будуть вам потрібні?

Або інша ситуація: ви — агроном, і вам необхідно спланувати посівну кампанію на наступний рік, враховуючи можливі зміни у кількості опадів та середньорічних температур. Як математичні моделі допоможуть вам прийняти правильні рішення?

Ці питання спонукають до роздумів про важливість кількісного аналізу в географії та роль математики у розумінні складних природних процесів.

Теоретичні основи кліматичного моделювання

Кліматичні моделі — це складні математичні описи кліматичної системи Землі. Вони базуються на фізичних законах, що регулюють рух атмосфери та океану, передачу тепла, взаємодію сонячної радіації з поверхнею Землі тощо. Основними компонентами кліматичних моделей є:

- **Атмосферні моделі:** описують рух повітряних мас, температурний режим, вологість, формування опадів.
- **Океанічні моделі:** моделюють течії, температуру води, солоність, динаміку льоду.
- **Моделі поверхні суші:** враховують рослинність, ґрунти, гідрологічні процеси, поглинання та відбиття сонячної радіації.
- **Моделі льодовиків:** прогнозують зміну обсягу льодовиків та полярних шапок.
- **Хімічні моделі:** враховують кругообіг парникових газів (CO_2 , CH_4 тощо) та їх вплив на температуру.

Математичним апаратом для побудови цих моделей є диференціальні рівняння, що описують процеси перенесення маси, енергії та імпульсу. Розв'язання цих рівнянь відбувається за допомогою чисельних методів, що потребує значних обчислювальних ресурсів.

Ілюстративні приклади та відеоуроки

Розглянемо приклад застосування простої лінійної регресії для прогнозування зміни середньорічної температури. Якщо відомі дані за останні 20 років, можна побудувати тренд і екстраполювати його на майбутнє.

Рік	Середня температура (°C)
2000	10,5
2005	10,8
2010	11,2
2015	11,5
2020	11,9

За допомогою інструментів, таких як Google Sheets або Excel, можна легко побудувати діаграму розсіювання, додати лінію тренду та отримати рівняння регресії для прогнозування.

Для глибшого розуміння теми рекомендуємо переглянути такі відеоуроки:



Погода та клімат: освітнє відео. URL: <https://surl.lu/gtvihy>



Клімат. Основні кліматичні показники. URL: <https://surl.lu/pbfuul>

Тренувальні вправи та компетентнісні завдання

Для закріплення матеріалу пропонуємо наступні тренувальні вправи:

1. Знайдіть середню арифметичну, медіану та моду місячних температур за останні 10 років для вашого регіону. Як ці показники змінюються?
2. Побудуйте графік зміни кількості опадів за 5 років. Визначте період з найбільшими та найменшими опадами.
3. Розрахуйте ймовірність екстремальних погодних явищ (наприклад, температури вище 30°C) на основі історичних даних.

Приклади компетентнісних завдань:

Завдання 1: Використовуючи дані про рівень CO₂ в атмосфері за останні 50 років та дані про середньорічну температуру, побудуйте кореляційну модель. Чи є зв'язок між цими двома показниками? Які висновки можна зробити щодо майбутнього клімату?

Завдання 2: Проаналізуйте звіт Міжурядової групи експертів зі зміни клімату (IPCC). Визначте, які математичні моделі вони використовують у своїх прогнозах і наскільки надійними є ці прогнози. Підготуйте короткий виступ з презентацією своїх висновків.

Практичні задачі для групового та самостійного опрацювання

Принципи формування груп: Учні об'єднуються в групи по 3-4 особи, враховуючи різноманітність навичок (математичні, географічні, презентаційні). Кожна група отримує кейс-завдання для спільного розв'язання.

Кейс-вправа 1: «Загроза повеней у Нідерландах»

Нідерланди — країна, значна частина якої розташована нижче рівня моря. Зміни клімату призводять до підвищення рівня Світового океану та збільшення інтенсивності штормів. Спрогнозуйте, наскільки підвищиться рівень моря до 2050 року, якщо темпи зростання залишаються незмінними. Які математичні моделі можуть бути використані для оцінки ризику повеней? Запропонуйте інженерні рішення для захисту прибережних територій, обґрунтувавши їх за допомогою математичних розрахунків.

Кейс-випадок 2: «Опустелювання Сахелю»

Регіон Сахель в Африці страждає від тривалих посух та опустелювання. Проаналізуйте дані про кількість опадів та вегетаційний індекс для цієї території за останні 30 років. Побудуйте графіки та визначте тренди. Які математичні показники можуть свідчити про опустелювання? Запропонуйте можливі стратегії адаптації для місцевого населення.

Завдання для самостійного опрацювання:

Задача 1: Дослідіть вплив парникових газів на глобальне потепління. Знайдіть дані про викиди CO₂ в Україні та світі за останні 20 років. Побудуйте графіки та проаналізуйте, які країни є найбільшими емітентами. Які дії можуть зменшити викиди?

Задача 2: Оберіть одне з екстремальних погодних явищ (наприклад, ураган, посуха, лісова пожежа). Знайдіть статистичні дані про його частоту та інтенсивність за останні десятиліття. Побудуйте гістограми та спробуйте визначити закономірності. Чи спостерігається зростання інтенсивності чи частоти цього явища?

Проектна діяльність та практичні роботи

Можливі теми для учнівських проєктів:

- «Математичне моделювання динаміки льодовиків Карпат»;
- «Прогнозування впливу кліматичних змін на урожайність основних сільськогосподарських культур в Україні»;
- «Розробка інтерактивної карти ризиків кліматичних катастроф для мого міста/регіону»;
- «Аналіз ефективності використання відновлюваних джерел енергії як засобу боротьби зі зміною клімату».

Приклад проєкту (довготривалий):

Проект «Кліматична модель моєї школи»: Учні збирають дані про температуру, вологість, швидкість вітру на території школи протягом місяця, будують графіки та прості моделі для прогнозування погоди на наступний день. Використовують датчики та застосунки для збору даних.

Можливі теми практичних робіт:

- «Розрахунок вуглецевого сліду родини та розробка плану його зменшення»;
- «Картування зон ризику повеней за допомогою ГІС-технологій»;
- «Побудова кліматодіаграми для різних кліматичних поясів світу та їх порівняння».

Тест для перевірки знань

1. Які з перелічених факторів впливають на клімат?
 - a) Сонячна радіація
 - b) Відстань до моря
 - c) Висота над рівнем моря
 - d) Усе перелічене
2. Що таке кліматична модель?
 - a) Прогноз погоди на наступний день
 - b) Спрощена імітація кліматичної системи
 - c) Карта кліматичних зон
 - d) Статистичні дані про клімат
3. Які наслідки можуть мати зміни клімату?
 - a) Підвищення рівня моря
 - b) Збільшення кількості екстремальних погодних явищ
 - c) Зміни в сільському господарстві
 - d) Усе перелічене
4. Які дії можна вжити для зменшення впливу на клімат?
 - a) Енергозбереження
 - b) Використання відновлювальних джерел енергії
 - c) Зменшення викидів парникових газів
 - d) Усе перелічене

Завдання-задачі з опрацювання кліматичних показників для прогнозування кліматичних катастроф в Україні

Задача 1. Аналіз зміни середньорічної температури в Україні (2010–2020 рр.)

Умова:

Нижче наведено дані про середньорічну температуру (°C) в трьох кліматичних зонах України за 2010–2020 роки.

Рік	Степ	Лісостеп	Мішані ліси
2010 рік	10,5	8,7	7,2
2011 рік	10,7	8,9	7,4
2012 рік	11,0	9,1	7,6
2013 рік	10,8	8,8	7,5
2014 рік	11,2	9,2	7,7
2015 рік	11,5	9,5	7,9
2016 рік	11,7	9,6	8,0
2017 рік	11,9	9,8	8,1
2018 рік	12,1	10,0	8,3
2019 рік	12,3	10,2	8,4
2020 рік	12,5	10,4	8,5

Завдання:

- Побудуйте графіки зміни середньорічної температури для кожної кліматичної зони.
- Визначте тренд зміни температури за цей період.
- Проаналізуйте, які зони найбільше нагріваються і які можуть бути ризики для аграрного сектору.

Розв'язання:

- Накреслити три лінійні графіки (один для кожної зони) з роками по осі X і температурою по осі Y.
- Обчислити середньорічне збільшення температури (нахил тренду) за формулою лінійної регресії.
- *Висновок: найбільше нагрівання в Степу (приблизно +0,18°C на рік), що може призвести до посух і зниження врожайності.*

Задача 2. Аналіз опадів і ризик повеней у лісостепу (2015–2020 рр.)

Умова:

Наведені дані про середньомісячні опади (мм) у лісостепу за 2015–2020 роки.

Місяць	2015 рік	2016 рік	2017 рік	2018 рік	2019 рік	2020 рік
Січень	45	50	48	52	47	49
Лютий	38	40	42	41	39	43
Березень	50	55	53	58	54	57
Квітень	60	65	62	68	64	67

Травень	70	75	72	78	74	77
Червень	80	85	83	88	84	87
Липень	90	95	92	98	94	97
Серпень	85	90	88	93	89	92
Вересень	75	80	78	83	79	82
Жовтень	60	65	63	68	64	67
Листопад	50	55	53	58	54	57
Грудень	45	50	48	52	47	49

Завдання:

- Побудуйте стовпчикові діаграми опадів для кожного року.
- Визначте місяці з найбільшим ризиком повеней через підвищену кількість опадів.
- Обговоріть, як зміна опадів може впливати на ризик повеней.

Розв'язання:

- Побудувати 6 стовпчикових діаграм (по одному на кожен рік) з місяцями по осі Х та опадами по осі Y.
- Визначити, що найбільші опади припадають на липень-серпень, що збільшує ризик повеней у цей період.
- Висновок: підвищення опадів у літні місяці може спричинити катастрофічні повені.

Задача 3. Прогнозування посухи в Степовій зоні на основі температури та опадів (2016–2020 рр.)

Умова:

Дані про середньомісячну температуру (°C) та опади (мм) у степовій зоні:

Місяць	Температура, (°C)	Опади, мм
Січень	-2	20
Лютий	0	18
Березень	5	25
Квітень	12	15
Травень	18	10
Червень	24	8
Липень	27	5
Серпень	26	6
Вересень	20	12
Жовтень	14	20
Листопад	7	25
Грудень	1	22

Завдання:

- Побудуйте комбінований графік (лінії для температури, стовпчики для опадів).
- Визначте періоди високого ризику посухи.
- Обґрунтуйте, як ці дані можуть допомогти у прогнозуванні посух.

Розв'язання:

- На графіку по осі X — місяці, по осі Y — температура (ліва) та опади (права).
- Визначити, що липень-серпень мають найвищі температури та найнижчі опади — це період високого ризику посухи.
- Висновок: комбінування температури та опадів дозволяє ефективно прогнозувати посухи.

Задача 4. Аналіз зміни середньорічної кількості опадів у лісостепу та степу (2010–2020 рр.)

Умова:

Дані про середньорічні опади (мм) у двох зонах:

Рік	Лісостеп, мм	Степ, мм
2010 рік	550	400
2011 рік	560	410
2012 рік	545	395
2013 рік	570	420
2014 рік	580	430
2015 рік	590	440
2016 рік	600	445
2017 рік	610	450
2018 рік	620	455
2019 рік	615	460
2020 рік	625	465

Завдання:

- 1) Побудуйте графіки зміни опадів для обох зон.
- 2) Проаналізуйте тенденції та зробіть висновки щодо можливих кліматичних ризиків.
- 3) Обговоріть, як ці зміни можуть вплинути на сільське господарство.

Розв'язання:

- 1) Побудувати два лінійні графіки на одному полотні: по осі X — роки, по осі Y — опади.
- 2) Визначити позитивний тренд збільшення опадів у лісостепу і степу.

Висновок: збільшення опадів може знизити ризик посух, але водночас підвищує ризик повеней, особливо у лісостепу.

Ці задачі допоможуть учням опрацювати реальні кліматичні дані України, навчитися будувати графіки і діаграми, аналізувати тренди та робити прогнози кліматичних катастроф.

Приклад таблиці з середньорічними значеннями температури (°C) і опадів (мм) для трьох регіонів України за останні 10 років, яку можна використати для завдань із прогнозування кліматичних катастроф:

Рік	Північний регіон (Темп. °C)	Північний регіон (Опади мм)	Центральний регіон (Темп. °C)	Центральний регіон (Опади мм)	Південний регіон (Темп. °C)	Південний регіон (Опади мм)
2013 рік	7.5	600	9.0	550	11.5	400
2014 рік	7.7	610	9.2	560	11.7	410
2015 рік	7.9	620	9.4	570	11.9	420
2016 рік	8.0	615	9.5	565	12.0	415
2017 рік	8.2	630	9.7	580	12.2	425
2018 рік	8.3	640	9.8	590	12.3	430
2019 рік	8.5	645	10.0	600	12.5	435
2020 рік	8.6	650	10.1	605	12.7	440
2021 рік	8.7	655	10.2	610	12.8	445
2022 рік	8.9	660	10.4	615	13.0	450

Приклади завдань за даною таблицею

Задача 1.

Побудуйте лінійні графіки зміни середньорічної температури для кожного регіону за 2013–2022 роки. Проаналізуйте, в якому регіоні спостерігається найбільше потепління.

Розв’язання:

- По осі X відкласти роки, по осі Y — температуру.
- Побудувати три лінії для Північного, Центрального та Південного регіонів.
- Визначити нахил кожної лінії (тренд). Найбільший нахил у Південному регіоні (приблизно +0,15 °C на рік), що свідчить про найбільше потепління.

Задача 2.

Побудуйте стовпчикові діаграми зміни річної кількості опадів у Центральному регіоні за 2013–2022 роки. Визначте, чи спостерігається тенденція до збільшення або зменшення опадів.

Розв’язання:

- По осі X — роки, по осі Y — опади в мм.
- Побудувати стовпчики для кожного року.
- Аналіз показує незначне зростання опадів, що може впливати на підвищення ризику повеней.

Задача 3.

Побудуйте комбінований графік для Південного регіону, на якому лінією відображена температура, а стовпчиками — опади. Визначте міру кореляції між температурою та опадами.

Розв'язання:

- По осі X — роки, по осі Y — температура (ліва шкала) і опади (права шкала).
- Побудувати лінію для температури і стовпчики для опадів.
- Визначити, що зростання температури супроводжується незначним збільшенням опадів, кореляція слабка.

Задача 4.

На основі даних таблиці зробіть прогноз середньорічної температури і опадів для Північного регіону на 2023–2025 роки, використовуючи лінійну екстраполяцію.

Розв'язання:

- Обчислити середньорічний приріст температури і опадів за 2013–2022 роки.
- Температура: приблизно $+0,04\text{ }^{\circ}\text{C}$ на рік; опади: $+6\text{ мм}$ на рік.
- Прогноз на 2023: Темп. $8.9 + 0.04 = 8.94\text{ }^{\circ}\text{C}$, Опади $660 + 6 = 666\text{ мм}$.
- Аналогічно для 2024 і 2025 років.

Ці завдання допоможуть учням практично опрацювати реальні кліматичні показники України, навчитися будувати графіки, аналізувати тренди та робити прогнози кліматичних змін і пов'язаних із ними катастроф.

Тестові завдання для формувального та підсумкового оцінювання.

- **Learningapps:** Інтерактивні вправи "Знайди пару: поняття та визначення кліматичної моделі". URL: <https://learningapps.org/view24842713>,
- **Wordwall:** Тест. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/68655685>
- **Liveworksheets:** Інтерактивні робочі аркуші з завданнями на розрахунок статистичних показників клімату. URL: <https://www.liveworksheets.com/worksheet/uk/geografiya/2233133>
- **Classtime:** Організація онлайн-тестування з автоматичною перевіркою. Тест «Кліматичні показники». URL: <https://www.classtime.com/code/5KAFYZ>

Перелік корисних посилань до модуля та використаних джерел:

1. Міжурядова група експертів зі зміни клімату (IPCC). URL: <https://www.ipcc.ch/>
2. Український гідрометеоцентр. URL: <https://www.meteo.gov.ua/>
3. Вікіпедія: Кліматичне моделювання. URL: <https://surl.li/dcfubc>
4. Джерела даних про клімат майбутнього. URL: <https://climatewater.uhmi.org.ua/data-source6>
5. Програмне забезпечення для прогнозування кліматичних змін: оператори кліматичних даних (CDO) URL: <https://www.meteoblue.com/uk/climateplus>
6. Елементи STEM на уроках географії. URL: <https://surl.li/rfpmnj>
7. Навчання на основі власних відкриттів: метод моделювання на уроках природничого циклу. URL: https://www.youtube.com/watch?v=c6bhEeeu_i0
8. Методичний посібник з питань організації та впровадження навчальних занять з кліматології. URL: <https://salo.li/8E47ffF>
9. Кліматичні моделі як інструменти, що використовуються в дослідженнях клімату. URL: <https://salo.li/c6D4577>
10. Клімат України. Готуйся до ЗНО з географії. URL: <https://salo.li/3062B29>
11. Клімат України: показники, розподіл температур, загальні риси. Реферат. URL: <https://osvita.ua/vnz/reports/geograf/25998/>
12. Кліматичні данні по Україні. URL: <https://salo.li/94C7fcF>
13. 2024 рік був найспекотнішим за всю історію спостережень. URL: <https://salo.li/F7a4e1C>

14. Урок «Кліматичні показники: температура, вологість повітря, опади, коефіцієнт зволоження та їх розподіл в Україні. Річний та сезонний хід кліматичних показників. Кліматична карта». URL: <https://salo.li/7156BAf>
15. Кліматичні показники: температура, вологість повітря, опади, коефіцієнт зволоження та їх розподіл в Україні. Річний та сезонний хід кліматичних показників. Кліматична карта. Урок на 3 завдання. Географія. URL: <https://salo.li/3B5ecAa>
16. Аналіз карти кліматичних поясів з метою встановлення характерних ознак та закономірностей розміщення основних типів клімату на Землі. URL: <https://salo.li/76b0BA2>
17. Урок «Кліматичні показники: температура, вологість повітря, опади, коефіцієнт зволоження та їх розподіл в Україні. Річний та сезонний хід кліматичних показників. Кліматична карта». URL: <https://salo.li/B6c07dc>
18. Кліматичні показники: температура, вологість повітря, опади, коефіцієнт зволоження та їх розподіл в Україні. Річний та сезонний хід кліматичних показників. Кліматична карта 8 клас. URL: <https://salo.li/7c1aa5e>



Урок 5. Математика - компас сучасного світу: як числа керують навігацією, геодезією та картографією

Мета уроку:

- формувати в учнів уявлення про прикладне значення математики у сучасних галузях — навігації, геодезії та картографії;
- поглибити знання про координатну площину, обчислення відстаней, використання геометричних фігур для орієнтування на місцевості;
- розвивати навички роботи у групі, проєктній діяльності, з просторовими об'єктами та картами; вміння приймати альтернативні рішення;
- виховувати інтерес до математичних професій і практичного застосування знань у реальному світі.

Очікувані результати навчання

Після опрацювання теми учень/учениця зможе:

- ✓ Пояснити значення математики у сфері навігації, геодезії та картографії, наводячи приклади з повсякденного життя (GPS, Google Maps, авіація, морські перевезення тощо).
- ✓ Описати основні геометричні та тригонометричні поняття, які використовуються для побудови карт і визначення координат (кут, напрям, азимут, координатна сітка, масштаб).
- ✓ Використовувати математичні знання для розв'язання прикладних задач, пов'язаних із визначенням відстаней, напрямків, координат і площ на карті.
- ✓ Пояснити розвиток картографічних знань.
- ✓ Працювати з картографічними матеріалами, інтерпретуючи дані на картах, топографічних схемах і моделях, використовуючи математичні методи.
- ✓ Формувати міжпредметні зв'язки між математикою, географією, інформатикою, усвідомлюючи роль математики як універсальної мови науки.

Мотиваційні запитання (вправи, ситуації) щодо основних понять теми Технологія «Мозковий штурм»

Проблемні запитання:

- ✓ Чи можна прокласти маршрут лише за допомогою математичних обчислень, без карти? Якщо так — то як?
- ✓ Як визначити своє місцезнаходження, якщо ти знаєш тільки відстані до трьох відомих об'єктів?
- ✓ Навіщо пілотам, морякам і водіям GPS-навігатори, якщо існують компаси та карти?
- ✓ Що спільного між математичними координатами та географічними (довгота/широта)?
- ✓ Чи можеш ти уявити, як би виглядала навігація без чисел, координат і рівнянь?
- ✓ Як за допомогою тригонометрії інженери вимірюють відстані до недоступних об'єктів, наприклад, до гір чи висотних будівель?
- ✓ Які математичні знання потрібні, щоб створити детальну карту місцевості чи навігаційну систему для самокерованого автомобіля?

Теоретична частина відповідно до змісту

Математика є основою багатьох прикладних наук, зокрема картографії, геодезії та навігації. Вона допомагає точно вимірювати відстані, визначати координати, будувати карти та прокладати маршрути. Без математичних розрахунків сучасна навігація — від GPS до морських подорожей — була б неможливою.

Математика — це мова точності. У світі, де важлива кожна секунда і метр, саме вона допомагає орієнтуватися, прокладати маршрути, вимірювати простір і створювати точні карти. Геодезія, навігація та картографія — це ті галузі, де без математичних знань неможливо уявити роботу.

Геодезія — це наука про вимірювання та відображення частин земної поверхні, картографія - наука створення карт. У картографії математика потрібна для побудови проєкцій - перенесення сферичної поверхні Землі на площину; побудови сіток — меридіанів і паралелей; масштабування — зменшення об'єктів для зручного зображення.

Цікаво: Геодезисти використовують теорему Піфагора та тригонометричні формули для вимірювання відстаней між об'єктами, які не можна виміряти напряму (наприклад, між вершинами гір).

Цікаво: Жодна карта не може бути абсолютно точною через те, що Земля — куля, а карта — площина. Математика допомагає мінімізувати ці спотворення.

Навігація — це процес визначення місцеположення об'єкта і прокладання маршруту до цілі.

Цікаво: Супутники GPS використовують принципи аналітичної геометрії та систему рівнянь для визначення точного положення людини на Землі.

Математика — це основа, без якої сучасний світ навігації, геодезії й картографії просто не працював би. Вона перетворює абстрактні числа на точні координати, відстані, напрямки — і тим самим керує світом.

Ілюстративні приклади

Приклад 1. Визначення відстані між двома точками за координатами

Пункти А і В мають координати: А (3; 4), В (7; 9). Знайдіть відстань між ними.

Розв'язання

Використовуємо формулу відстані між двома точками на площині:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

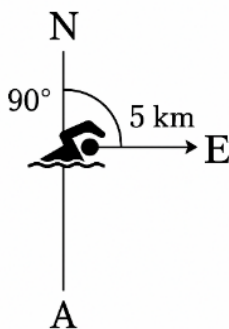
$$AB = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6,4$$

Відповідь: $\approx 6,4$ одиниці

Приклад 2. Обчислення напрямку (азимута)

Плавець рухається з точки А на північ, а потім повертає на схід і проходить 5 км. Укажіть азимут його нового напрямку (на схід) і продемонструйте відповідним рисунком.

Розв'язання



Азимут — це кут між північним напрямком і напрямком руху, що вимірюється за годинниковою стрілкою. Поворот на схід з півночі — це 90° .

Опис малюнка:

Початкова точка: А. Вектор руху на північ (вертикальна стрілка вгору), потім поворот на схід (стрілка праворуч — горизонтальна). Довжина східного шляху: 5 км.

Азимут — це кут між північчю (напрямок 0°) і новим напрямком, виміряний за годинниковою стрілкою.

Відповідь: азимут = 90° .

Приклад 3. З'ясування маси насіння для ділянки невідомої площі.

Є дві ділянки однакової форми у вигляді трикутників. Сторона меншого трикутника дорівнює 6 м, а відповідна сторона більшого — 12 м. Площа меншої ділянки дорівнює 18 м^2 . З'ясуйте, чи вистачить 2 кг газонної трави для засіву ділянки з більшою площею, якщо норма висіву трави на 1 м^2 складає щонайменше 30 г?

Розв'язання

Є дві подібні ділянки у вигляді трикутників. Для подібних трикутників коефіцієнт подібності $k=6:12=0,5$. Використовуємо властивість площ подібних фігур: площі відносяться як квадрати коефіцієнтів подібності:

$$S_{\text{більшої}} = S_{\text{меншої}} \cdot k^2 = 18 \cdot 2^2 = 18 \cdot 4 = 72 \text{ м}^2$$

Обчислюємо, скільки трави потрібно: $72 \cdot 30 = 2160 \text{ г} = 2,16 \text{ кг}$

Висновок: ні, 2 кг не вистачить, бо для засіву 72 м^2 потрібно $2,16 \text{ кг}$ газонної трави — на 160 г більше, ніж є.

Приклад 4. Визначення площі ділянки за GPS-координатами

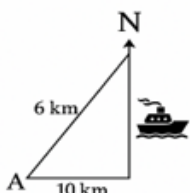
Маємо чотирикутник, вершини якого задані координатами (в км): A(0;0), B(4;0), C(4;3), D(0;3). Знайти площу ділянки.

Розв'язання

Це прямокутник: $\text{площа} = \text{довжина} \times \text{ширина} = 4 \text{ км} \times 3 \text{ км} = 12 \text{ км}^2$.

Відповідь: площа ділянки = 12 км^2 .

Приклад 5. Геометрія у навігації



Судно пройшло 10 км на схід, потім повернуло на північ і пройшло 6 км . Знайти пряму відстань до початкової точки (курс на зворотний шлях).

Вказівка: знайди помилку на рисунку та дай відповідь на питання задачі.

Відповідь: пряма відстань $\approx 11,66 \text{ км}$

Відеоуроки з тем



Відео «Математична основа географічних карт» URL: <https://bit.ly/4mS0gQt>



Задача з геодезії «Визначення висоти дерева за допомогою приладів та тригонометричного методу». URL: <https://bit.ly/4kAarav>



Відео «Масштаб. Відстань на карті». URL: <https://bit.ly/3SHE65z>

Тренувальні вправи

Приклади компетентнісних завдань

Приклад 1. Обчислення відстаней за координатами (навігація)

Користуючись координатами двох міст на карті (наприклад, Київ: $50,45^\circ\text{N}$, $30,52^\circ\text{E}$; Львів: $49,84^\circ\text{N}$, $24,03^\circ\text{E}$), оцініть приблизну відстань, яку планують подолати 3 пасажирів від Києва до Львова та вартість поїздки для трьох пасажирів.

Запитання до задачі:

- ✓ Як обчислити відстань між містами за географічними координатами?
- ✓ Оцініть приблизну відстань, яку планує подолати автомобіль від Києва до Львова.
- ✓ Яка вартість оренди автомобіля з водієм на вказаному маршруті?
- ✓ Обчисліть вартість подорожі потягом і власним автомобілем.
- ✓ Яким видом транспорту, на вашу думку, вигідніше подорожувати?

Розв'язання

Київ: $50,45^{\circ}$ N (північна широта), $30,52^{\circ}$ E (східна довгота).

Львів: $49,84^{\circ}$ N (північна широта), $24,03^{\circ}$ E (східна довгота).

Як перевести градуси в кілометри на Землі?

По широті: 1 градус широти приблизно дорівнює 111 кілометрам. Це майже завжди так, бо лінії широти (паралелі) паралельні.

По довготі: 1 градус довготи також приблизно дорівнює 111 кілометрам на екваторі, але ця відстань зменшується ближче до полюсів. Щоб точніше перевести градуси довготи в кілометри, потрібно помножити 111 км на косинус середньої широти.

Знайдемо різницю у градусах широти та довготи. Потім переведемо ці різниці у кілометри.

Відстань по широті (північ-південь): $0.61 \times 111 \approx 67.71$ км.

Відстань по довготі (схід-захід): $6.49 \times 111 \times 0.6406 \approx 461.35$ км

Використовуємо теорему Піфагора для оцінки загальної відстані. Уявимо, що ми маємо прямокутний трикутник, де катети – це відстані по широті та довготі, а гіпотенуза – це пряма відстань між містами «по повітрю» (якщо б Земля була плоскою на цій невеликій ділянці). Тоді за теоремою Піфагора ця відстань ≈ 466.3 км

Отже, відстань між Києвом і Львовом приблизно 466 км

Середня вартість оренди автомобіля з водієм за 1 км становить 34 грн, тобто за весь маршрут без зупинок доведеться заплатити 15854 грн

Вартість квитка на потяг у середньому становить 759 грн, а пальне для власного авто обійдеться у 2569 грн

То ж найдешевша, хоча і найтриваліша поїздка, - потягом, а найдорожча – орендованим авто. Але вартість поїздки власним авто кожному пасажирові вийде 856 грн за умови, що хоча б один із туристів зможе керувати автомобілем. Отже найбільш оптимальними є 2 варіанти: або потягом, або власним авто.

Критерії оцінювання

Критерій	Кількість балів
Обчислення відстані за географічними координатами	4
Обчислення вартості оренди автомобіля	2
З'ясування вартості квитка на потяг	1

Розрахунок вартості пального для власного авто	2
Узагальнення результатів дослідження	3

Практичне завдання. Побудова фрагменту карти, маршруту та визначення курсу (геонавігація) за допомогою програми Google Maps.

Склади фрагмент карти у місті Тальне Черкаської області від Тальнівської ЗОШ №2 до бібліотеки та музею історії, проклади маршрут від школи до бібліотеки та музею історії з урахуванням масштабу та визнач курс (геонавігацію).

Завдання до задачі:

- ✓ Оберіть умовні позначення для карти.
- ✓ Виберіть зручний масштаб.
- ✓ З'ясуйте адреси вказаних закладів.
- ✓ Прокладіть маршрут з курсами.
- ✓ Обчисліть відстані між школою та бібліотекою і між бібліотекою та музеєм.
- ✓ Обчисліть загальну відстань маршруту школа-бібліотека-музей.

Розташування об'єктів на карті:

Школа №2 – умовно позначимо в центрі карти.

Бібліотека: знаходиться на вул. Соборна, 49 – приблизно на відстані 300 м на південь або південний схід від школи.

Музей історії: знаходиться на вул. Соборна, 26 – трохи північніше від бібліотеки, за 200 м від бібліотеки по тій самій вулиці.

Масштаб карти: 1 см=100м.

Прокладання маршруту з курсами

1. Школа – Бібліотека.

- Прямо по вул. Соборна, курс $\approx 200^\circ$ (південний схід).
- Відстань від школи до бібліотеки ≈ 300 м (3 см на карті).

2. Бібліотека – Музей.

Пройти назад по вул. Соборній північним курсом $\approx 20^\circ$ (відстань ≈ 200 м - 2 см на карті).

На схемі: від школи вниз на 3 см – бібліотека, далі вгору 2 см – музей.

Загальна відстань маршруту: Школа – Бібліотека $\approx 0,3$ км; Бібліотека – Музей $\approx 0,2$ км; разом $\approx 0,5$ км.

Критерії оцінювання

Критерій	Кількість балів
Вибір умовних позначень та масштабу	3
З'ясування адрес об'єктів	1
Нанесення об'єктів на карту	2

Прокладання маршрутів	2
Обчислення довжин маршрутів	2
Застосування програми Google Maps	2

Практична задача «Розробка плану з нанесенням шкільних об'єктів і вибір оптимальних умов для висадки дерев» для роботи в групах.

Ваша команда – група ландшафтних дизайнерів. Створіть карту території школи із зазначенням об'єктів (будівля школи, спортивний майданчик, бібліотека, паркова зона), дотримуючись масштабу, координатної сітки та умовних позначень. Обчисліть площі окремих паркових зон і з'ясуйте оптимальний варіант висадки сакур на них.

1. З'ясуйте розміри будівель та інших ділянок, які слід нанести на план.
2. Виберіть зручний масштаб для створення плану.
3. Створіть план території школи, на якій позначте: будівлю школи, спортивний майданчик, бібліотеку (якщо є окреме приміщення), паркову зону, клумбу.
4. Оцініть розміри і площу паркової зони.
5. З'ясуйте можливість висадки і поливу сакур.
6. Проаналізуйте освітленість майбутньої алеї сакур та естетичного вигляду.
7. Обчисліть кількість саджанців відповідно до відведеної площі із врахуванням норм висадки.
8. Розрахуйте об'єм води та її вартість для поливу молодих рослин у перший місяць висадки.
9. Запропонуйте оптимальну довжину алеї сакур та її локацію і презентуйте результат своєї роботи.

Ролі в групі

Аналітики – аналізують зібрану інформацію та узагальнюють результати.

Геодезисти – вимірюють і створюють план місцевості.

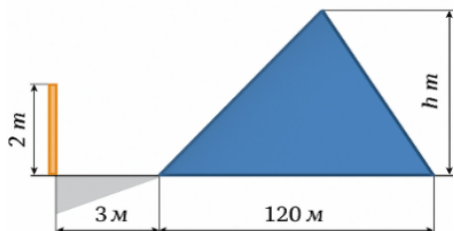
Ландшафтні дизайнери – вивчають умови та особливості висадки і догляду рослин.

Обчислювачі – здійснюють необхідні розрахунки.

Принципи формування груп

- ✓ Групи формуються за попереднім вибором смайла з певною емоцією.
- ✓ Кожен учасник групи має свою роль і завдання.

Практична задача (кейс-вправа) для самостійного опрацювання: обчисліть висоту гори, якщо палиця висотою 2 м дає тінь 3 м. Тінь гори дорівнює 120 м. Запропонуй інший спосіб визначення висоти гори.



Подібність трикутників:

$$\frac{h_{\text{гори}}}{120 \text{ м}} = \frac{2}{3} = 2 \cdot 120 = 80 \text{ м}$$

Фотометричний метод (через фотографію з масштабом)

Принцип роботи: порівнюється розмір гори на фото з об'єктом відомої висоти (наприклад, людиною), що знаходиться поруч.

Вказівка до розв'язування: виміряйте зріст людини та її зображення на фото в сантиметрах та висоту зображення

гори в сантиметрах; складіть пропорцію на основі подібних фігур на фото та розв'яжіть її.

Можливі теми для учнівських проєктів

1. «Мандрівка Україною»

Мета: побудова маршруту подорожі між містами України на карті. Розрахунок відстаней за масштабом, оцінка витрат часу та вибору транспорту із урахуванням мінімізації забруднення навколишнього середовища.

Очікувані результати: створення маршруту подорожі; вміння скласти графік руху та діаграму витрат часу відповідно обраного маршруту; оцінювати вибір транспорту на різних ділянках подорожі; презентувати маршрут.

2. «Картографія майбутнього: цифрові карти та супутникові дані»

Мета: ознайомитись із GPS, Google Maps, OpenStreetMap та математичними принципами навігації, навчитись визначати відстані в інтерактивних додатках.

Очікувані результати: обчислення відстані, висоти, площі в інтерактивних додатках; створення міні-карти з геомітками; презентація створеного продукту.

Приклад навчально-дослідницького проєкту

Тема: «Оцінювання маршруту та визначення відстаней у геодезії та навігації».

Мета: формувати пошукову розвивальну активність учнів, зацікавленість у результатах спільної роботи, розуміти принципи обчислення відстаней у практичному житті; з'ясувати, як використовуються трикутники для розрахунків та оцінювання маршрутів, власних розрахунків і даних GPS. Розвивати логічну та інформаційно-цифрову компетентності.

Очікувані результати: створення математичної моделі визначення невідомих відстаней; постеру або презентації з прикладами обчислень; представлення висновків про практичне значення математичних методів у реальному житті.

Ресурси, обладнання: дошка, фліпчарт, інтерактивна дошка, смартфони.

Етапи роботи над проєктом

1. Організаційно-мотиваційний етап

- ✓ Визначення актуальності теми.
- ✓ Формулювання проблемного питання.
- ✓ Постановка мети й завдань проєкту.
- ✓ Обговорення очікуваних результатів і форми представлення (презентація, модель, звіт тощо).
- ✓ Розподіл ролей у групі.

2. Теоретично-дослідницький етап

- ✓ Збір та аналіз інформації з теми (математика, географія, історія, приклади з навігації).
- ✓ Вивчення необхідних математичних понять: тригонометрія, азимут, координати, площі, кути, траєкторії тощо.
- ✓ Огляд реальних прикладів застосування (геодезія, навігація).

3. Практичний етап (дослідження)

- ✓ Вимірювання або моделювання ситуації (наприклад, побудова маршруту, розрахунок відстані, побудова схеми).
- ✓ Використання математичних формул для обчислень.
- ✓ Порівняння отриманих результатів із даними GPS.
- ✓ Аналіз отриманих результатів.

4. Аналітичний етап

- ✓ Формулювання висновків.
- ✓ Оцінка точності й обґрунтованості проведених розрахунків.
- ✓ Визначення практичного значення результатів дослідження.
- ✓ Узагальнення навчального досвіду.

Мотиваційні запитання

- ✓ Чи можливо прокласти маршрут до певної точки, не маючи карти, лише за допомогою математичних розрахунків?
- ✓ Що спільного між навігацією стародавніх мореплавців і сучасними геодезистами?
- ✓ Як відстані, кути та азимути допомагають приймати рішення в екстремальних умовах?
- ✓ Які математичні помилки можуть призвести до неправильного прокладання маршруту і чим це небезпечно?
- ✓ Чи можна точно виміряти площу або відстань, використовуючи лише простий калькулятор і рулетку?
- ✓ Як за допомогою трикутників і теореми Піфагора можна знайти шлях у незнайомій місцевості?
- ✓ Як знання тригонометрії допомагає пілотам, морякам і навігаторам?
- ✓ Які сучасні цифрові технології допомагають людям орієнтуватися, але базуються на звичайній шкільній математиці?
- ✓ Чи можна за формулами передбачити, скільки часу займе маршрут у складній місцевості?

Наша мета - зрозуміти принципи обчислення відстаней у практичному житті; з'ясувати, як використовуються трикутники для розрахунків та оцінювання маршрутів, власних розрахунків і даних GPS. Працюючи у групах, слід створити математичної моделі визначення невідомих відстаней; постер або презентацію з прикладами обчислень; представити висновки про практичне значення математичних методів у реальному житті.

Після об'єднання в групи учні вибирають свого лідера. Учні працюватимуть у команді, але кожен матиме свої обов'язки. Даний проєкт складається з трьох міні-проєктів:

1. Історичні відомості про застосування математики у геодезії, навігації та військовій справі (група «Історики»).
2. Застосування математики у геодезії («Геодезисти»).
3. Застосування математики у навігації («Навігатори»).

Завдання групам

- 1) З'ясувати, як використовуються трикутники для розрахунків та оцінювання маршрутів.
- 2) Навести приклади двох задач із розв'язанням, які використовують у вашій сфері у реальному житті.
- 3) Презентувати постер або презентацію з прикладами обчислень; представити висновки.

Представлення проєкту групою «Історики»

Стародавні мореплавці — фінікійці, греки, араби — орієнтувалися за зірками. Вони формували уявні трикутники між зірками, горизонтом і точкою спостереження, щоб визначити кут піднесення небесних тіл. Це дозволяло обчислювати географічну широту. Пізніше в епоху Великих географічних відкриттів моряки використовували секстант — прилад, що дозволяв вимірювати кути між небесними об'єктами. Самі розрахунки базувалися на тригонометричних співвідношеннях у прямокутному трикутнику.

Від епохи античності до Нового часу геодезисти використовували тріангуляцію — метод вимірювання великих територій. Обирали базову лінію, яку точно вимірювали на місцевості. З

обох кінців базової лінії за допомогою теодоліта вимірювали кути до третьої точки. На основі двох кутів і однієї сторони будували трикутник і розраховували невідомі відстані за допомогою синусів і косинусів. Цим методом користувалися ще у Стародавньому Єгипті для межування земель після розливу Нілу. У середньовіччі — для побудови детальних карт, зокрема в арабському світі.

У військовій розвідці та артилерії визначення координат ворога також базувалося на побудові трикутника спостереження: з двох спостережних пунктів фіксували напрямок (азимут) на ціль. Вимірювали кути між лініями. За цими даними розраховували точку перетину напрямків — місце розташування цілі. Для наведення артилерії велику роль відігравали тригонометричні таблиці, які дозволяють швидко оцінювати відстань і кут підняття ствола.

У всі часи трикутник був базовою геометричною фігурою, що допомагала вимірювати невідомі відстані, орієнтуватися на місцевості, будувати точні маршрути та карти, виконувати військові завдання з високою точністю.

Представлення проєкту групою «Геодезисти»

Геодезисти часто мають справу з трикутниками. Яке б велике будівництво не розпочиналось, першими туди йдуть геодезисти, щоб зняти план місцевості та охарактеризувати рельєф. Коли ж на основі їх матеріалів у проєктних організаціях опрацюють проєкт, геодезисти знову міряють кути, розв'язують трикутники, забивають кілочки — «прив'язують» опрацьований проєкт до місцевості. А навіщо вони розв'язують трикутники? Щоб визначити потрібні відстані, не вимірюючи їх безпосередньо. Є ще спеціалісти, які розв'язують подібні задачі в шахтах, тунелях метро та інших підземних розробках. Це маркшейдери. Їм також часто доводиться розв'язувати трикутники.

Задача 1.

Необхідно побудувати міст з точки А в точку В. Інженер з'ясував, що відстань від точки А до точки С в долину від берега складає 100 м, а в трикутнику АВС кут А дорівнює $96,5^\circ$, а кут В дорівнює $46,8^\circ$. Якої довжини буде міст?

Розв'язання:

$\angle C = 180^\circ - 96,5^\circ - 46,8^\circ = 36,7^\circ$. За теоремою синусів $AB \approx 81,64$ м.

Задача 2.

Із двох точок А і В, відстань між якими 50 м, вершину гори видно під кутами 50° та 30° . Знайти висоту гори, якщо зріст людини 1,64 м

Розв'язання:

Точка О — основа гори, що є основою перпендикуляра, опущеного з точки Н (вершина гори) знаходиться між А і В. (відповідно до градусних мір кутів)

Побудуємо два промені з А і В під відповідними кутами до вершини Н. Маємо трикутник АНВ, у якому: $AB = 50$ м, $\angle HAO = 50^\circ$, $\angle HBO = 30^\circ$.

Знайдемо кут при вершині Н (кут між напрямками на вершину з точок А і В): $\angle ANB = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ$ Знайдемо АН — відстань від точки А до вершини гори Н з трикутника АНВ за теоремою синусів: $AN \approx 25,38$ м

Тепер знайдемо висоту гори $h = ON$ з прямокутного трикутника АНО: $h \approx 19,45$ м

Це висота над рівнем очей спостерігача, тому загальна висота гори $h + 1,64 \approx 19,45 + 1,64 = 21,09$ м Загальна висота гори: $h + 1,64 \approx 19,45 + 1,64 = 21,09$ м

Представлення проєкту групою «Навігатори»

Навігація вирішує питання визначення напрямку і пройденої відстані в морі; методи обчислення шляху і способи визначення місця судна в морі за береговими і плавучими орієнтирами за допомогою штурманських приладів; питання керування і безаварійного проведення судна за особливих умов плавання.

Картографія за допомогою теорії картографічних проєкцій, що застосовується в судноводінні, розв'язує аналітичним і графічним способами специфічні штурманські задачі з проведення судна з урахуванням дії вітру, течії, тощо.

Усі ці науки базуються на чіткій математиці. Але конкретні обставини на морі, інколи дуже складні, не завжди дозволяють штурману отримати необхідну інформацію з потрібною точністю навіть за допомогою сучасних технічних засобів.

Тому судноводіння, що ґрунтується на науково-математичній основі, гарантує безпеку судна під час плавання в будь-яких умовах.

Уміння здійснити плавання найзручнішим за даних умов шляхом, найбільш точно провести судно в порт призначення, з необхідною точністю визначити місце судна в морі практично на будь-яких відстанях – усе це залежить від судноводія. Такі задачі впевнено можна розв'язати із застосуванням знань із тригонометрії.

Задача 1.

Доглядач маяка, перебуваючи на верхньому поверсі маяка, бачить човен, що терпить лихо, під кутом $27,3^\circ$. Висота маяка складає 100,2 км. Настільки далеко від маяка знаходиться човен?

Розв'язання:

Маємо прямокутний трикутник, де висота маяка — протилежний катет (проти кута нахилу) — $h=100,2$ м. Кут нахилу — $=27,3^\circ$. Шукана величина - горизонтальна відстань, x — прилеглий катет.

За тангенсом кута визначаємо горизонтальну відстань до човна $\approx 194,1$ м.

Задача 2

Берегові маяки А і В розташовані на відстані 10 км. Із судна С з допомогою радіолокаційної станції, що знаходиться на ній, визначені відстані до маяків $CA=11$ км і $CB=9$ км. Знайдіть кути CAB і CBA пеленгів радіомаяків.

Розв'язання:

Маємо трикутник ABC з відомими сторонами: $AB = 10$ км, $CA = 11$ км, $CB = 9$ км. Шукаємо кути за теоремою синусів: $\angle CAB \approx 50,5^\circ$, $\angle CBA \approx 70,5^\circ$.

Це означає, що пеленги судна на маяки А і В утворюють відповідні кути в трикутнику.

Критерії оцінювання постерів (презентацій)

- ✓ Якість змісту, чіткість викладу.
- ✓ Стиль викладу.
- ✓ Глибина розуміння матеріалу.
- ✓ Наявність алгоритму розв'язування задач, його чіткість і зрозумілість.

Картка самоконтролю

Прізвище та ім'я		Кількість балів (0-2 бали)	Оцінка лідера групи (0-2 бали)
1	Я брав(ла) активну участь у роботі групи		
2	Мої пропозиції були цікавими для інших учасників групи		
3	Я брав(ла) участь у підготовці до виступу		
4	Я засвоїв(ла) даний матеріал		
5	Я можу самостійно застосовувати отримані знання		
6	Я захищав(ла) роботу перед класом		

Підбиття підсумків, рефлексія.
Тестові завдання



Тест із теми «Математичні моделі у задачах географічного змісту». URL:
<https://surl.li/vxodfg>

Можливі теми практичних робіт

1. Застосування подібності трикутників та відбивання світла для навігації

Завдання: визначити висоту вежі або дерева найраціональнішим із запропонованих способів.

Мета: обрати найпростіший метод визначення висоти об'єкта серед таких: за довжиною тіні; за фотографією з масштабом; за принципом відбиття світла з використанням дзеркала та оцінити точність вимірювання різними техніками.

2. Аналіз маршруту в Google Maps або OpenStreetMap

Завдання:

Знайти маршрут до школи з дому через онлайн-карти, записати точну відстань, час у дорозі, кількість поворотів. Створити схему з позначенням курсу руху. Оцінити характер руху з урахуванням транспортних засобів.

Мета: здійснити аналіз даних, які характеризують рух; побудувати графік руху за отриманими даними; побудувати маршрут за допомогою онлайн-навігаторів Google Maps або OpenStreetMap; оцінити найоптимальніший вид транспорту.

Критерії оцінювання проєктної (групової) роботи

Критерій	Зміст опису	10-12 балів	9-7 балів	6-4 бали
Визначення маршруту	Побудова оптимального маршруту за картою	Маршрут точний, логічний, відповідає дійсності	Є незначні неточності, загалом правильний	Маршрут неповний або нелогічний
Обчислення відстаней	Використання інструментарію для розрахунків	Всі обчислення точні, логічні, обґрунтовані	Переважно точні, але є деякі недоречності	Багато неточностей, але є спроба аналізу
Використання інтерактивних додатків	Практичне застосування ІКТ	Інтерактивно, грамотно, творчо	Частково використано,	Мінімально використано,

			помилки відсутні	помилки відсутні
--	--	--	---------------------	---------------------

Оцінювання



Оцінювання вміння працювати з масштабом - відповідник на Wordwall.
URL: bit.ly/4dTJpII



Урок 6.

Smart-наука: математична навігація у світі природи Інтегрований STEM-квест з математики, фізики, хімії, біології, географії

Сучасна освіта ставить перед собою завдання формувати в учнів не лише предметні знання, а й ключові компетентності, які допоможуть їм успішно адаптуватися у швидко змінному світі. Інтегровані форми навчання, зокрема STEM-квести, є ефективним засобом реалізації цієї мети.

1. **Розвиток міжпредметних компетентностей.** Квест дозволяє поєднати знання з математики, фізики, хімії, біології, географії та екології, що сприяє формуванню цілісного наукового світогляду учнів.
2. **Активізація пізнавальної діяльності.** Через практичні завдання та командну роботу учні активно залучаються до процесу пізнання, що підвищує мотивацію і покращує запам'ятовування матеріалу.

3. **Формування критичного та логічного мислення.** Розв’язання проблемних ситуацій і задач різного рівня складності стимулює аналіз, синтез і систематизацію інформації.

4. **Розвиток комунікативних та соціальних навичок.** Робота в команді допомагає учням навчитися ефективно спілкуватися, слухати думки інших, аргументувати свої ідеї і приймати спільні рішення.

5. **Використання цифрових технологій.** Відеопідтримка та QR-коди інтегрують сучасні ІКТ-інструменти у навчальний процес, роблячи його більш динамічним і доступним.

6. **Підготовка до реального життя і професійної діяльності.** Знання та навички, набуті під час квесту, відповідають вимогам сучасного світу, де міждисциплінарний підхід і вміння працювати в команді є критично важливими.

Таким чином, STEM-квест «Математика в природничих науках» є ефективним інноваційним інструментом, який не лише підвищує якість засвоєння навчального матеріалу, а й сприяє всебічному розвитку особистості учня, формуванню навичок, необхідних для успішного навчання і життя у XXI столітті.

Сценарій STEM-квесту «Smart-наука: математична навігація у світі природи»

Мета квесту:

Показати, як математика є універсальним інструментом дослідження фізики, хімії, біології, географії та кліматичних змін через практичні ситуації, графіки, обчислення й аналіз.

Загальна структура (орієнтовно 45 хв):

Етап	Час	Діяльність
1	5 хв	Вступ. Привітання. Мініактивність для поділу на групи
2	5 хв	Інструктаж щодо правил проходження квесту та оцінювання
3	25 хв	Робота в групах на станціях (по 5 хв кожна, ротація або фіксація)
4	5 хв	Презентація результатів / фіксація у маршрутних листах
5	5 хв	Підсумкове тестування або рефлексія в цифровій формі

Ролі учнів у групі (по 4-5 учнів):

- **Аналітик:** розрахунки, графіки
- **Теоретик:** нагадує основи
- **Інтерпретатор:** формулює висновки
- **Презентатор (доповідач):** готує коротку доповідь або результат
- **Координатор:** стежить за часом і завданнями

Маршрутні листи (по 1 на групу)

Структура маршрутного листа:

1. Назва станції
2. Ключова ситуація (фабула)
3. Завдання 1–5 (коротка відповідь або розрахунок)
4. Місце для схеми / графіка / рисунка
5. Висновок команди (1–2 речення)
6. Оцінювання учасниками (самооцінка: зрозуміло / складно / легко)

Вступ. Привітання

«Доброго дня, дорогі учасники! Я дуже радий(а) вітати вас на нашому STEM-квесті під назвою «Математика в природничих науках». Сьогодні у нас унікальна можливість побачити, як математика стає справжнім ключем до розуміння складних і захопливих явищ у фізиці, хімії, біології, географії та навіть у процесах кліматичних змін.

Під час квесту ви зможете не просто повторити теорію, а застосувати свої знання на практиці, працюючи у команді. Саме командна співпраця, креативність і логічне мислення допоможуть вам знайти правильні відповіді.

Пам'ятайте, що кожне завдання — це маленька наукова загадка, яку ви розв'язуєте за допомогою математики. Тут немає місця для страху зробити помилку — кожен ваш крок наближає до розуміння і відкриттів. Не бійтеся ставити запитання, пробувати нові підходи і допомагати один одному.

Цей квест — це ваш шанс показати себе справжніми дослідниками, розвивати критичне мислення і навички, які знадобляться не лише в школі, а й у житті. Тож налаштуйтеся на активну роботу, підтримуйте командний дух і насолоджуйтеся процесом пізнання. Успіхів вам!»

Мініактивність для поділу на групи

«Для початку давайте швидко об'єднаємось у команди по 5 осіб. Щоб сформувати команди, будь ласка, оберіть колір наліпки, яку я вам роздам. Кожен колір – це окрема команда. Зберіться разом із тими, у кого така сама наліпка. Якщо у когось немає наліпки, звертайтеся, і ми вам допоможемо. Кожна команда обирає собі назву та розподіляє ролі: аналітик, обчислювач, доповідач, координатор і теоретик.»

Інструктаж щодо правил проходження квесту

«Кожна команда отримає маршрутний лист із завданнями для станції. Уважно читайте умови, обговорюйте їх у команді та виконуйте завдання разом. На кожній станції у вас буде обмежений час — приблизно 10-15 хвилин. Після виконання завдань презентуйте свої результати. Важливо дотримуватись правил командної роботи: слухайте одне одного, поважайте думки, допомагайте один одному».

Інструктаж щодо оцінювання

«Вашу роботу оцінюватимуть за кількома критеріями: правильність обчислень, глибина розуміння теми, логічність висновків та співпраця в команді. Кожен критерій має певну вагу в загальній оцінці. Після завершення квесту у вас буде можливість самооцінити свою роботу. Також ми обговоримо сильні сторони команд та те, що можна покращити. Найголовніше — це отримати нові знання і насолодитися процесом!»

Сценарій станції 1: МАТЕМАТИКА У ФІЗИЦІ

Інструкція для вчителя

Назва станції: Математика за кермом фізики: досліджуємо рух

Мета станції:

- Закріпити знання учнів про залежність шляху від часу.
- Навчити аналізувати дані та будувати графіки руху.
- Практикувати обчислення середньої та миттєвої швидкості.
- Формувати навички роботи з фізичними моделями та математичними розрахунками.

Ключові компетентності, що формуються:

- **Математична:** побудова графіків, обчислення швидкості.
- **Природничо-наукова:** розуміння рівномірного і нерівномірного руху, інтерпретація даних.
- **Уміння вчитися:** аналіз таблиць і виведення висновків
- **Комунікативна:** аргументування відповідей у команді.
- **ІКТ-компетентність:** використання відеоматеріалів через QR-код, цифрові вправи.

Матеріали, потрібні на станції:

- Роздруковані маршрутні листи з клітинками для побудови графіків
- Таблиця даних руху:

Час (с)	0	2	4	6	8	10
---------	---	---	---	---	---	----

Шлях (м)	0	4	16	36	64	100
----------	---	---	----	----	----	-----

- Калькулятори
- Лінійки, кольорові олівці або маркери
- QR-код або посилання на відео урок
- Таблиця для самооцінювання і критеріального оцінювання
- Калькулятори
- Лінійки, кольорові олівці або маркери

Форма роботи:

- Командна робота (5 осіб): кожен учасник має визначену роль (аналітик, кресляр, обчислювач, інтерпретатор, презентатор)
- Робота триває 8–10 хвилин.
- Маршрутний лист містить побудову графіка, розрахунок швидкостей, аналіз характеру руху, побудову гіпотетичного графіка з рівномірним прискоренням.

Очікувані результати (учні мають):

- Побудувати графік залежності шляху від часу.
- Обчислити середню та миттєву швидкість.
- Проаналізувати характер руху за графіком.
- Запропонувати вигляд графіка для рівномірного прискорення.
- Аргументувати фізичні явища через математичні моделі.

Методичні акценти:

- Заохочуйте учнів співвідносити графічну й аналітичну інформацію.
- Наголошуйте на зв'язку між нахилом графіка та швидкістю.
- Використовуйте цифрове інтерактивне завдання як спосіб перевірки та самоконтролю.
- Після завершення — коротке обговорення в команді: «Як математика допомагає зрозуміти рух?»

Відеопідтримка (перегляд до/після роботи): «Аналіз графіків руху»



QR-код для вставки в маршрутний лист. URL:
https://youtu.be/g_4pzOzkISg?si=QRvPIA0OBuiCj1xR

Оцінювання (за 12-бальною шкалою):

Критерій	Бал
Побудова графіка (точність, охайність)	/3
Розрахунки (середня та миттєва швидкість)	/3
Пояснення (аналіз характеру руху, прискорення)	/3
Командна робота та оформлення висновку	/3

Загалом	/12
---------	-----

Оцінювання (максимум 12 балів):

Критерій	Макс. балів
Побудова графіка (точність, охайність)	3
Розрахунки та пояснення (середня/миттєва швидкість)	3
Обґрунтування відповіді (рівномірність, прискорення)	3
Командна робота та оформлення висновку	3

Маршрутний лист (для розруківки учням)

Станція 1: МАТЕМАТИКА У ФІЗИЦІ

Тема: Аналіз руху. Побудова графіків. Швидкість та прискорення

Назва команди: _____

Імена учасників:

- Аналітик: _____
- Теоретик: _____
- Інтерпретатор: _____
- Презентатор: _____
- Координатор: _____

Завдання:

- Опрацюйте теоретичний матеріал:
 - ☐ Миттєва швидкість - зміна шляху за певний проміжок часу
 - ☐ Середня швидкість - це загальна пройдена відстань, поділена на загальний час руху.
 - ☐ Прискорення — зміна швидкості за одиницю часу
 - ☐ Якщо графік $s=f(t)$ параболічний — рух з прискоренням
- Виконайте вправу



Середня швидкість руху. URL:
<https://wordwall.net/uk/resource/51767576>

- Розв'яжіть задачу:

Ситуація: Учень Антон знімає відео про рух електросамоката вулицею. Він хоче дізнатися, як змінюється швидкість залежно від часу. Дані записано в таблиці. Потрібно допомогти Антону побудувати графік та зробити висновки щодо виду руху самоката та можливостей щодо прискорення.

Таблиця даних руху:

Час (с)	0	2	4	6	8	10
Шлях (м)	0	4	16	36	64	100

Завдання:

- Побудуйте графік $s = f(t)$ (використайте окремий аркуш):

2. Обчисліть середню швидкість на інтервалі $[0;10]$ с: $v =$ _____ м/с

3. Чи був рух рівномірним? _____ Ваша відповідь: _____

5. Знайдіть миттєву швидкість між 4 і 6 секундами: $v_{\text{миттєва}} =$ _____ м/с

6. Антон вважає, що його самокат рухається рівноприскорено. Чи так це? Як це буде виглядати на графіку $v = f(t)$? Побудуйте графік. $v = f(t)$ (використайте окремий аркуш)

Висновок команди: _____

Самооцінювання:

- Графік побудували: Так / Ні
- Обчислення виконали: Так / Ні
- Рух зрозумілий: Так / Частково / Ні

Оцінювання (для вчителя):

Критерій	Бал
Побудова графіка	/2
Розрахунки	/3
Виконання завдання Wordwall (за посиланням в маршрутному листі)	/2
Пояснення та висновки	/3
Командна робота	/2
Загалом	/12



QR-код для вставки в маршрутний лист. URL:
https://youtu.be/g_4pzOzkISg?si=QRvPIA00BuiCj1xR

Сценарій станції 2: Математика у хімії

Інструкція для вчителя

Назва станції: Хімічна реакція в цифрах: як математика дозволяє «зважити» процеси в пробірці

Мета станції:

- Закріпити знання про закон збереження маси речовин.
- Навчити учнів перетворювати хімічне рівняння на математичну модель.
- Практикувати розрахунки кількості речовини, маси та співвідношень між реагентами і продуктами.

- Формувати компетентності математичного моделювання на основі реального хімічного процесу.

Ключові компетентності, що формуються:

- Математична: використання формул, обчислення мас та мольових кількостей.
- Природничо-наукова: розуміння хімічних процесів, спостереження закономірностей.
- Уміння вчитися: критичне осмислення теоретичного матеріалу.
- Комунікативна: командне обговорення висновків та пояснень.
- ІКТ-компетентність: використання відеоматеріалів через QR-код.

Матеріали, потрібні на станції:

- Роздруковані маршрутні листи з полями для розрахунків
- Хімічне рівняння реакції: $\text{Na}_2\text{CO}_3 + 2\text{HCl} \rightarrow 2\text{NaCl} + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- Таблиця молярних мас
- Калькулятори
- QR-код або посилання на відеоурок
- Таблиця для самооцінювання і критеріального оцінювання

Форма роботи:

- Командна робота (4 особи): кожен має роль (аналітик, теоретик, обчислювач, презентатор).
- Робота триває 8–10 хвилин.

Маршрутний лист містить завдання на застосування формул, обчислення маси HCl, CO₂, перевірку виконання закону збереження мас.

Очікувані результати (учні мають):

- Побудувати математичну модель хімічної реакції.
- Обчислити масу HCl, яка потрібна для повної реакції.
- Знайти масу утвореного CO₂.
- Довести, що маса реагентів $\approx$ маса продуктів.
- Обґрунтувати застосування закону збереження маси.

Методичні акценти:

- Спонукайте учнів пояснювати, а не просто обчислювати.
- Заохочуйте використання хімічної термінології разом із математичною.
- Після завершення завдань — коротка презентація від команди (1 хвилина):

«Що ми з'ясували?»

Відеопідтримка (перегляд до/після роботи):



Відео «Обчислення мас реагентів». URL: <https://youtu.be/IRzjOE41SbE?si=D28hbfdVOk-rJLYa> (QR-код для вставки в лист))

Оцінювання (за 12-бальною шкалою):

Критерій	Бал
Коректність обчислень	/4
Розуміння хімічної суті	/4
Висновки та пояснення	/2
Командна співпраця	/2

Маршрутний лист для учнів (для розруківки учням)

Станція 2: МАТЕМАТИКА У ХІМІЇ

Тема: Закон збереження мас. Молярні маси. Обчислення мас реагентів і продуктів

Назва команди: _____

Імена учасників:

- Аналітик: _____
- Теоретик: _____
- Інтерпретатор: _____
- Презентатор: _____
- Координатор: _____

Розв'яжіть задачу

Ситуація: Під час лабораторної роботи учні проводять реакцію:

Маса карбонату натрію — 10,6 г. Обчисліть, скільки грамів хлоридної кислоти потрібно, і яка маса вуглекислого газу виділиться.

Завдання:

1. Запишіть молярні маси реагентів і продуктів $M(X)$:
 - Na_2CO_3 _____ г/моль
 - HCl _____ г/моль
 - CO_2 _____ г/моль
2. Обчисліть кількість речовини карбонату натрію за формулою $\nu(X) = \frac{m(X)}{M(X)}$:
 _____ моль
3. Обчисліть масу хлоридної кислоти, необхідну для реакції: _____ г
4. Обчисліть масу вуглекислого газу, що виділиться: _____ г
5. Чи виконується закон збереження мас? Обґрунтуйте: _____

Висновок команди:

Самооцінювання:

- Обчислення правильні: Так / Ні
- Висновок логічний: Так / Частково / Ні
- Пояснення обґрунтоване: Так / Частково / Ні

Оцінювання (для вчителя):

Критерій	Бал
Коректність обчислень	/4
Розуміння хімічної суті	/4
Висновки та пояснення	/2
Командна співпраця	/2
Загалом	/12

Відео: Обчислення мас реагентів QR-код:



Сценарій станції 3: Математика у біології

Інструкція для вчителя

Назва станції: *Код життя: як математика допомагає розкрити таємниці спадковості*

Мета:

- Закріпити знання про основи генетики: домінантні та рецесивні ознаки.
- Навчити учнів використовувати ймовірність для розв'язування генетичних задач.
- Практикувати побудову решітки Пеннета для передбачення результатів схрещування.
- Формувати компетентності аналізу біологічної інформації за допомогою математичних

моделей.

Ключові компетентності, що формуються:

- **Математична:** обчислення ймовірностей, побудова комбінаторних моделей.
- **Природничо-наукова:** розуміння закономірностей спадковості.
- **Уміння вчитися:** інтерпретація результатів, аналіз варіантів.
- **Комунікативна:** пояснення своїх висновків у команді.
- **ІКТ-компетентність:** використання цифрових матеріалів (відео через QR-код).

Матеріали, потрібні на станції:

- Роздруковані маршрутні листи з полями для побудови решітки
- Таблиця ознак (домінантні/рецесивні)
- Графічні приклади решітки Пеннета
- Маркери, олівці
- Картки із завданнями
- QR-код або посилання на відео
- Таблиця для самооцінювання та бального оцінювання

Форма роботи:

• Командна робота (5 осіб): кожен виконує роль (генетик, обчислювач, кресляр, доповідач, теоретик).

• Тривалість роботи: 8–10 хвилин.

• Маршрутний лист містить: опис ситуації (наприклад, колір очей), побудову решітки Пеннета, обчислення ймовірності, висновок.

Очікувані результати (учні повинні):

- Побудувати решітку Пеннета.
- Обчислити ймовірність народження нащадка з певною ознакою.
- Зробити усвідомлений висновок щодо результатів схрещування.
- Обґрунтувати застосування математичних знань у біології.

Методичні акценти:

- Заохочуйте учнів робити передбачення та перевіряти їх математично.
- Пояснюйте терміни «ген», «алель», «гомозигота», «гетерозигота»
- Наприкінці коротка презентація: «Що ми дізналися про спадковість і математику?»

Відеопідтримка (перегляд до/після роботи).



Як математика допомагає в генетиці. Решітка Пеннета».

URL: <https://youtu.be/mgSin9b8gok?si=JV6gYSPfQMhQXKed>

(QR-код для вставки в лист)

Маршрутний лист для учнів

Станція 3: МАТЕМАТИКА У БІОЛОГІЇ

Тема: Генетика. Закони Менделя. Ймовірність успадкування ознак

Назва команди: _____

Імена учасників:

• Аналітик: _____

• Теоретик: _____

• Обчислювач: _____

• Доповідач: _____

• Координатор: _____

1) Опрацюйте теоретичний матеріал:

• Гени можуть бути домінантними або рецесивними. Домінантні гени позначаються великими літерами, рецесивні – маленькими.

• Решітка Пеннета — інструмент для передбачення результатів схрещування (таблиця схрещування)

• Ймовірність — відношення кількості сприятливих випадків до загальної кількості можливих

2) Виконайте вправу

Генетика.URL: <https://wordwall.net/uk/resource/85365855>



3) Розв'яжіть задачу:

Ситуація:

У родині тато має карі очі (домінантна ознака), а мама — блакитні (рецесивна). Обидва є носіями лише однієї форми гена. Обчисліть ймовірність народження дитини з блакитними очима.

Завдання:

1. Позначте гени:

Домінантний алель (карі очі): _____

Рецесивний алель (блакитні очі): _____

2. Складіть генотипи батьків:

Батько: _____

Мати: _____

3. Побудуйте решітку Пеннета:(використайте окремий аркуш)

4. Визначте генотипи можливих нащадків: _____

5. Обчисліть ймовірність народження дитини з:
 Блакитними очима: _____ %
 Карими очима: _____ %
6. Зробіть висновок:

Висновок команди

Самооцінювання

- Побудова решітки правильна: Так / Ні
- Висновок логічний: Так / Частково / Ні
- Обґрунтування правильне: Так / Частково / Ні

Оцінювання (для вчителя):

Критерій	Бал
Коректність побудови решітки	/4
Розуміння генетичних понять	/4
Висновки та пояснення	/2
Командна співпраця	/2
Загалом	/12

Відео: Як побудувати решітку Пеннета



Сценарій станції 4: Математика в картографії

Інструкція для вчителя:

Назва станції «Карта — це не лише малюнок: математика в картографії»

Мета:

- Ознайомити учнів із поняттями масштабу карти, відстані та пропорції.
- Навчити учнів розраховувати реальні відстані за допомогою масштабу.
- Розвивати навички роботи з пропорціями і відсотками.
- Формувати компетентності у використанні математичних знань для просторового аналізу.

Ключові компетентності, що формуються:

- Математична: розв'язання задач із пропорціями, обчислення відсотків.
- Природничо-наукова: орієнтування у просторі, аналіз картографічної інформації.
- Уміння вчитися: точність вимірювань і обчислень, перевірка результатів.
- Комунікативна: пояснення ходи розв'язання у команді
- ІКТ-компетентність: використання цифрових ресурсів (відео через QR-код).

Матеріали, потрібні на станції:

- Фрагменти карт із позначеним масштабом (паперові чи цифрові).
- Лінійки, калькулятори.
- Маршрутні листи із завданнями.
- Картки із задачами на обчислення відстаней.
- QR-код або посилання на відео.
- Таблиця для самооцінювання та критеріїв оцінювання.

Форма роботи:

- Командна робота (5 осіб): ролі — аналітик, обчислювач, кресляр, доповідач, координатор.
- Тривалість роботи: 10–12 хвилин.
- Маршрутний лист містить опис ситуації, вимірювання на карті, обчислення реальної відстані, висновки.

Очікувані результати (учні мають):

- Визначати масштаб карти та пояснювати його значення.
- Вимірювати довжини на карті за допомогою лінійки.
- Обчислювати реальні відстані за масштабом.
- Робити висновки про практичне застосування цих знань.

Методичні акценти:

- Пояснити, що таке масштаб і як його використовують у житті.
- Заохочувати учнів працювати у команді, ділитися ролями.
- Показати приклади використання карт у різних сферах (туризм, логістика)
- Наприкінці — коротке обговорення: як ці знання допомагають у житті.

Відеопідтримка (перегляд до/після роботи).

«Як читати масштаб карти та обчислювати відстані».
URL: https://youtu.be/qk_nJoUf080?si=lz3LdYmFEChC20Tf
(QR-код для вставки в лист)

Маршрутний лист для учнів:**Станція 4: МАТЕМАТИКА В КАРТОГРАФІЇ**

Тема: Масштаб карти. Обчислення реальних відстаней

Назва команди: _____

Імена учасників:

- Аналітик: _____
- Теоретик: _____
- Обчислювач: _____
- Презентатор: _____
- Координатор: _____

Завдання:

1) Опрацюйте теорію:

• Масштаб карти — відношення довжини на карті до відповідної довжини на місцевості
(за замовчуванням в см, $1\text{ км} = 100000\text{ см}$)

- Реальна відстань = Відстань на карті $\times$ масштаб
- Час у дорозі = Відстань / Швидкість

Виконайте завдання



Масштаб і відстані на карті. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/37171528>

Розв'яжіть задачу.

Ситуація: Вам потрібно спланувати маршрут між двома містами, використовуючи карту (використайте наданий фрагмент карти). Виміряйте відстань на карті між містами та обчисліть реальну відстань.

Завдання:

1. Запишіть масштаб карти: 1 см = _____ км
2. Виміряйте відстань між точками на карті: _____ см
3. Обчисліть реальну відстань: _____ км
4. Визначте, скільки часу займе подорож, якщо рухатися зі швидкістю 60 км/год: _____ годин
5. Зробіть висновок про практичне застосування масштабу карти:

Висновок команди: _____

Самооцінювання:

- Вимірювання точні: Так / Ні
- Обчислення правильні: Так / Ні
- Висновок логічний: Так / Частково / Ні

Оцінювання (для вчителя):

Критерій	Бал
Коректність вимірювань	/4
Розуміння масштабу	/4
Висновки та пояснення	/2
Командна співпраця	/2
Загалом	/12

Відео: Як обчислити відстань за масштабом карти



Сценарій станції 5: Математика в кліматичних змінах

Назва станції Як математика допомагає дослідити кліматичні зміни

Мета :

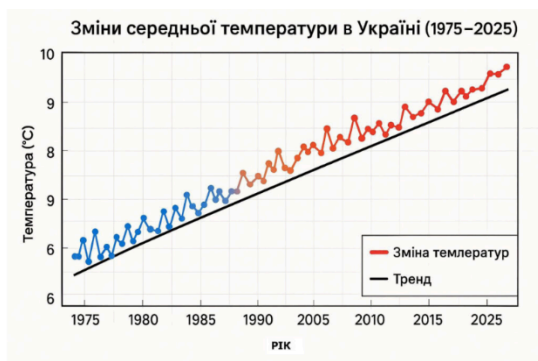
- Ознайомити учнів із способами аналізу кліматичних даних за допомогою математики.
- Навчити інтерпретувати графіки змін температури, рівня CO₂, опадів.
- Практикувати обчислення середніх значень, темпів змін, прогнозування.
- Формувати компетентності у застосуванні математичних методів для природничих наук.

Ключові компетентності, що формуються:

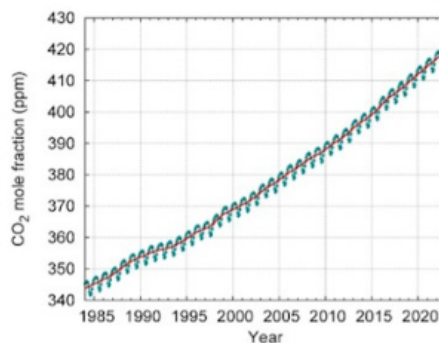
- Математична: робота з графіками, середніми, темпами зростання/спаду.
- Природничо-наукова: розуміння кліматичних процесів через кількісні дані.
- Уміння вчитися: аналіз інформації, обґрунтування висновків.
- Комунікативна: обговорення результатів у команді.
- ІКТ-компетентність: робота з цифровими графіками, відео через QR-код.

Матеріали, потрібні на станції:

- Друковані або цифрові графіки кліматичних змін (температура, CO₂, опади)



Графік зміни середньої температури в Україні за 50 років



- Таблиці даних для обчислень
- Калькулятори
- Маршрутні листи з завданнями
- Картки із питаннями для обговорення
- QR-код або посилання на тематичне відео
- Таблиця самооцінювання та критеріїв оцінювання

Форма роботи:

• Командна робота (5 осіб): ролі — аналітик, обчислювач, доповідач, координатор, теоретик.

- Тривалість роботи: 12–15 хвилин.
- Маршрутний лист містить аналіз графіків, обчислення середніх і темпів змін, висновки.

Очікувані результати (учні мають):

- Інтерпретувати графіки кліматичних показників.
- Обчислювати середні значення та темпи змін.
- Формулювати висновки про тенденції клімату.
- Обґрунтовувати роль математики у природничих дослідженнях.

Методичні акценти:

- Пояснити значення кліматичних показників і чому важливо їх досліджувати
- Заохочувати командну роботу та обговорення.
- Показати приклади впливу кліматичних змін на життя.
- Наприкінці — рефлексія: «Як математика допомагає краще зрозуміти наш клімат?»

Відеопідтримка (перегляд до/після роботи):

«Клімат і основні кліматичні показники».



«Клімат і основні кліматичні показники». URL:
<https://youtu.be/j3urXg-YLU?si=rfRo95MK0ugtrnNw>
 (QR-код для вставки)

Маршрутний лист для станції

Станція 5: МАТЕМАТИКА В КЛІМАТИЧНИХ ЗМІНАХ

Тема: Аналіз кліматичних даних: графіки, середні значення, темпи змін

Назва команди: _____

Імена учасників: _____

- Аналітик: _____
- Теоретик: _____
- Обчислювач: _____
- Презентатор: _____
- Координатор: _____

Завдання:

1) Опрацюйте теорію:

- Середнє значення — це сума значень, поділена на їх кількість.
- Темп зростання = (кінцеве значення – початкове) / кількість років.
- Аналіз даних допомагає прогнозувати зміни і приймати рішення.

2) Розв'яжіть задачу:

Ситуація: Вам надано графіки зміни середньорічної температури та рівня вуглекислого газу (CO₂) за останні 50 років. Потрібно проаналізувати ці дані, визначити середні значення, темпи зростання та зробити висновки про кліматичні тенденції.

Завдання:

1. Визначте середнє значення температури за останні 10 років: _____ °C
2. Обчисліть середній рівень CO₂ за останні 10 років: _____ ppm (частин на мільйон)
3. Визначте темп зростання температури за 50 років (у °C за рік): _____ °C/рік
4. Визначте темп зростання рівня CO₂ за 50 років (у ppm за рік): _____ ppm/рік
5. Сформулюйте висновок про зміну клімату на основі отриманих даних:

6. Обґрунтуйте, як математика допомагає дослідити кліматичні зміни:

Висновок команди:

Самооцінювання:

- Обчислення правильні: Так / Ні
- Висновок логічний: Так / Частково / Ні
- Пояснення обґрунтоване: Так / Частково / Ні

Оцінювання (для вчителя):

Критерій	Бал
Коректність обчислень	/4
Розуміння кліматичних даних	/4
Висновки та обґрунтування	/2
Командна співпраця	/2
Загалом	/12

Відео: Аналіз кліматичних даних та їх математичне осмислення



До проведення уроку квесту бажано долучити вчителів-предметників фізики, хімії, біології, географії.

Додаткові задачі, які можуть бути використані для проведення квесту. Приклади задач відповідають до змістових ліній і ключових компетентностей, що реалізується в даній темі.

1. Фізика і математика у природі

Задача:

В експерименті з вивчення руху тіла по нахиленій площині задано: довжина площини – 5 м, кут нахилу - 30° , маса тіла - 2 кг, коефіцієнт тертя - 0,1, час руху - 3 с. Визначте прискорення тіла, швидкість у кінці руху, силу тертя та роботу, виконану тілом.

Запитання:

1. Заповніть таблицю розрахунку сил, що діють на тіло (вага, нормальна сила, сила тертя, компонент сили тяжіння).
2. За схемою визначте напрямки руху та сили.
3. Розрахуйте прискорення тіла без урахування сили тертя. Порівняйте з результатом із урахуванням тертя.
4. Визначте, скільки енергії було втрачено через тертя.

2. Хімія і математика

Задача:

У лабораторії досліджують реакцію нейтралізації між кислотою і лугом. Відомо: об'єм кислоти - 50 мл, концентрація кислоти - 0,2 моль/л, об'єм лугу - 40 мл, концентрація лугу - 0,25 моль/л. Визначте, чи відбулася повна нейтралізація. Також оцініть масу утвореного продукту.

Запитання:

1. Побудуйте діаграму співвідношення кількості молей кислоти і лугу.
2. Заповніть таблицю розрахунку молярних кількостей речовин.
3. Визначте, яка речовина є лімітуючою.
4. Побудуйте графік зміни концентрації речовин у часі (уявний).
5. Запишіть хімічне рівняння реакції і поясніть обчислення маси продукту.

3. Біологія, генетика та математика

Задача:

У популяції комах співвідношення генотипів за ознакою забарвлення: 40% – AA, 40% – Aa, 20% – aa. Визначте частоти алелей, припустивши умову Харді-Вайнберга. Визначте, як зміниться співвідношення генотипів через 3 покоління за певних умов відбору.

Запитання:

1. Побудуйте гістограму розподілу генотипів.
2. Обчисліть частоти алелей у таблиці.
3. За схемою опишіть модель Харді-Вайнберга.
4. Побудуйте графік динаміки частот алелей через покоління.
5. Проаналізуйте, як відбір може вплинути на розподіл генотипів.

4. Картографія, геодезія і математика

Задача:

Для побудови карти місцевості необхідно визначити координати 5 точок. Відомі: відстані між точками, деякі кути, але деякі дані (наприклад, один кут і відстань) відсутні. Визначте положення точок на площині і побудуйте карту з координатами.

Запитання:

1. Заповніть таблицю з відомими відстанями і кутами між точками.
2. Використовуючи полярні координати, обчисліть координати точок.
3. Побудуйте графік (схему) розташування точок.
4. Визначте відстань між двома точками, використовуючи координати.
5. Поясніть, як брак даних впливає на точність карти.

5. Кліматичні моделі і прогнозування природних катастроф

Задача:

За даними спостережень за 10 років у регіоні зафіксовано зміну середньорічної температури, рівня опадів і кількості катастрофічних подій (повені, пожежі). Дані неповні (їх потрібно знайти учням, опрацювавши джерела з мережі internet). Побудуйте модель залежності катастроф від кліматичних показників і зробіть прогноз на наступні 5 років.

Запитання:

1. Заповніть таблицю спостережень за 10 років.
2. Побудуйте діаграму залежності кількості катастроф від температури та опадів.
3. Складіть просту регресійну модель залежності (поясніть її).
4. Побудуйте графік прогнозованих значень на 5 років.
 1. Проаналізуйте надійність прогнозу, враховуючи наявність надлишкових та відсутніх даних.

Інтерактивні вправи для перевірки знань

Тематика станції	Завдання	Посилання URL:
Фізика	Проміжне оцінювання	wordwall.net/51767576
Біологія	Решітка Пеннета	https://www.liveworksheets.com/worksheet/uk/biologiya/2011014
Географія	Масштаб і відстані	https://learning.ua/matematyka/somyi-klas/hra-matematyka-na-karti
Кліматичні зміни	Тест з теми	https://learningapps.org/view6405528

IV. КОРИСНІ ПОСИЛАННЯ

1. GeoGebra - інтерактивний інструмент для побудови графіків і діаграм.



2. Desmos - онлайн-калькулятор з можливістю побудови графіків.



3. Canva - інструмент для створення інфографіки.



4. PISA (Programme for International Student Assessment) - міжнародне дослідження якості освіти.



5. Khan Academy: безкоштовні відеоуроки



6. Український гідрометеорологічний центр (УкрГМЦ). URL: <https://www.meteo.gov.ua/>



7. Посібник з візуалізації даних. URL: <https://datajournalism.com/>



8. Спостереження Землі NASA. URL: <https://neo.gsfc.nasa.gov/>

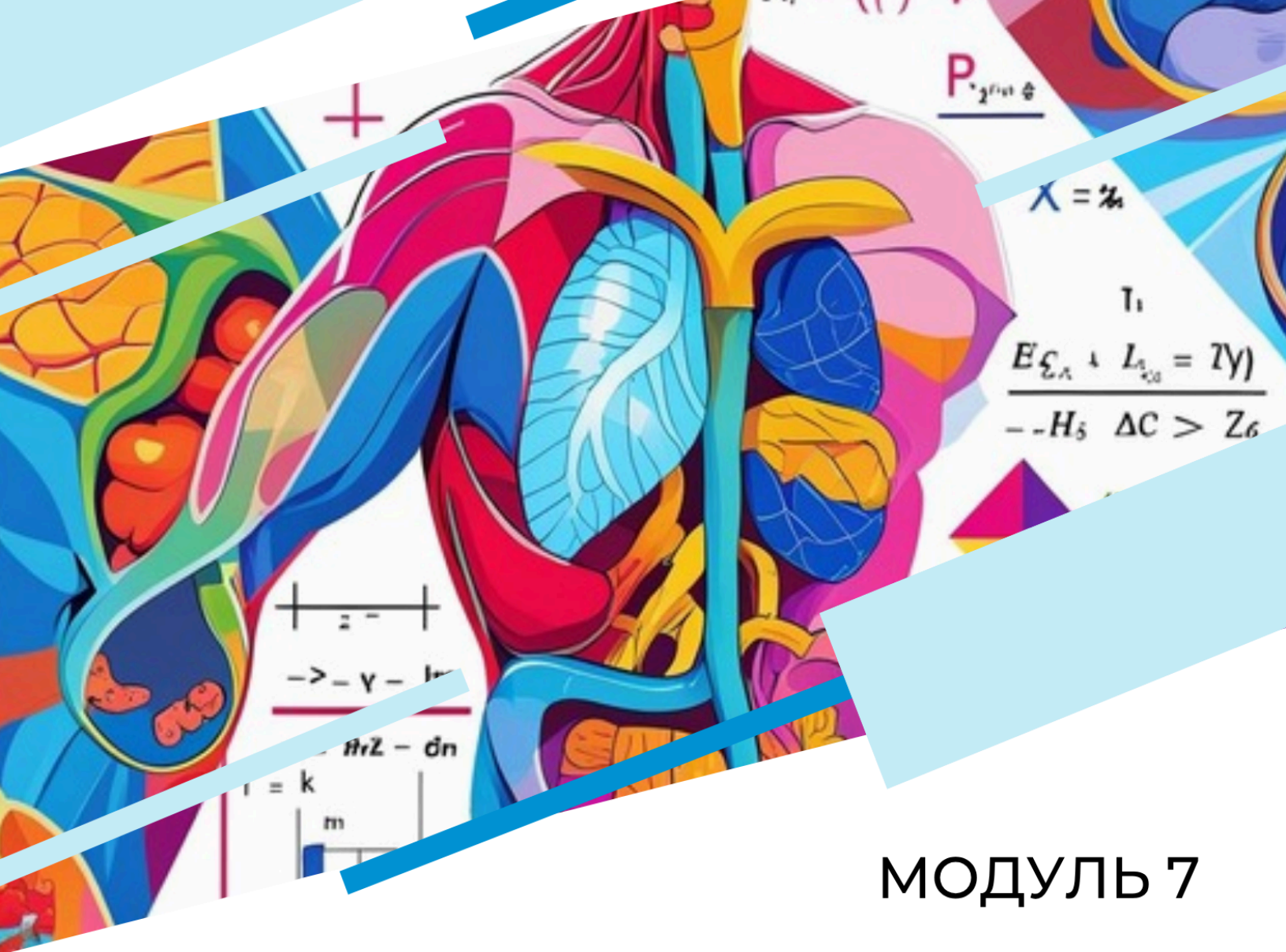


СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арлинггаус С., Керські Д. Просторова математика: теорія і практика через картографію / С. Арлинггаус, Д. Керські. – Львів : Видавництво ЛНУ, 2021. – 276 с.
1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика. Алгебра 9 клас : підручник/ Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – Київ : Освіта, 2017. – 256 с.
2. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія. 9 клас : підручник / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – Київ : Генеза, 2017. – 224 с.
3. Сиротенко Г. О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання. Харків: ВГ «Основа», 2003. - 156 с.
4. Колгунов М. І. Інженерна геодезія : підручник. – Харків : ХНАМГ, 2019. – 312 с.
5. Масляк П. О., Шищенко П. Г. Географія України: Пробний підручник для 8-9 класів середньої школи – К.: Зодіак-ЕКО, 1996. – 432 с.: іл., карти.
6. Соболев В.І. Біологія. Довідник, тестові завдання. повний повторювальний курс, підготовка до ЗНО та ДПА. - Кам'янець-Подільський : Абетка - 820 с.
7. Фізика : підруч. для 7 кл. закл. загал. серед. освіти / [В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова та ін.] ; за ред. Бар'яхтара В. Г. , Довгого С. О. — 2-ге вид., перероб. — Харків : Вид-во «Ранок», 2020. — 256 с.
8. Чоха Ю. О. Навчальні SMART-задачі з математики для основної школи / Ю. О. Чоха // Математика в школах України. – 2020. – № 5. – С. 12–17.
9. Шевчук В. П. Основи картографії: навчальний посібник / В. П. Шевчук. – Київ : Либідь, 2018. – 180 с.

Інтернет-джерела

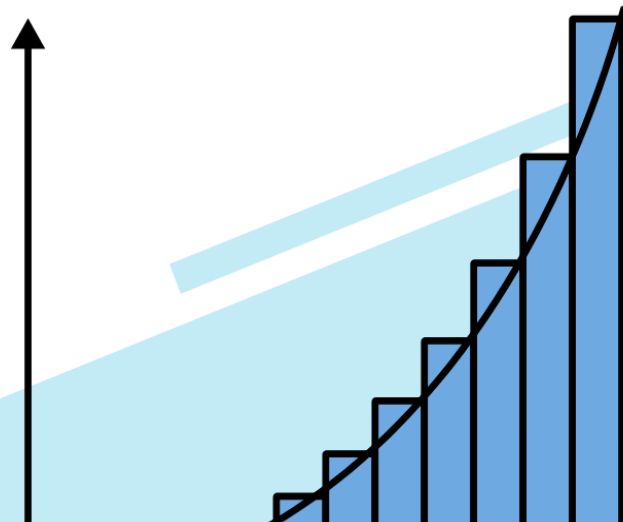
1. NOAA. Geodesy: The Invisible Backbone of Navigation [Електронний ресурс] // NOAA Ocean
2. Service Podcast NOP 12. – Режим доступу: <https://oceanservice.noaa.gov/podcast/jan17/nop12-geodesy.html>
3. Papadopoulos A. Nicolas-Auguste Tissot: A link between cartography and quasiconformal theory [Електронний ресурс] // arXiv. – 2016. – № 1612.00279. – Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/1612.00279>



МОДУЛЬ 7

МАТЕМАТИКА ЗДОРОВ'Я

МЕТОДИЧНИЙ
ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДО ВИДІВ
НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ



ПЕРЕДМОВА

Модуль 7 «Математика здоров'я» є складовою профільного курсу з математики в 10 класі та реалізується відповідно до Державного стандарту профільної середньої освіти. Його зміст спрямований на формування ключових та предметних компетентностей, пов'язаних із практичним застосуванням математичних знань у сфері здоров'я людини.

У межах цього модуля учні:

- опановують математичні інструменти для аналізу медичних даних;
- навчаються інтерпретувати статистичну інформацію про стан здоров'я;
- використовують знання з алгебри та аналізу для розрахунку індексу маси тіла (ІМТ), калорійності раціону, рівня енергетичних витрат та коефіцієнтів захворюваності;
- критично мислять та оцінюють значущість здоров'язбережувальних практик на основі числових показників.

Даний навчально-методичний матеріал є супроводом до модуля «Математика здоров'я» навчальної програми «SMART-математика: задачі, які працюють» вибіркового освітнього компоненту (курсу за вибором) для учнів 10 класу авторського колективу Тищенко І.А., В'язовік А.М., Бедусенко О.С. і призначено для вчителів математики, які прагнуть урізноманітнити навчальний процес, зробити його більш практико-орієнтованим, дослідницьким та наближеним до реального життя.

Авторами даного модуля є слухачі курсів підвищення кваліфікації вчителів математичної освітньої галузі за освітньою програмою варіативного модуля «Методика розроблення авторських навчальних програм за вимогами НУШ» для вчителів, які викладають у другому циклі базової середньої освіти (7-9 класи) (група 7, 02.06.2025 – 14.06.2025), а саме:

Лесик Ольга Костянтинівна, вчитель математики Золотоніської гімназії ім. С.Д. Скляренка Золотоніської міської ради Черкаської області;

Любімова Людмила Олексіївна, вчитель математики Шполянського ліцею №3 Шполянської міської ради об'єднаної територіальної громади Черкаської області;

Мозгова Валентина Володимирівна, вчитель математики комунального закладу «Келебердянський ліцей» Ліпнявської сільської ради Черкаської області.

Модуль охоплює такі три теми:

- Урок 1 «Індекс маси тіла»
- Урок 2 «Медична статистика»
- Урок 3 «Калорійність і енергетичний баланс»

Зміст модуля є міждисциплінарним і тісно пов'язаний з біологією, основами здоров'я, громадянською та історичною освітою, сприяє розвитку екологічного, соціального та емоційного інтелекту. Навчальні завдання зорієнтовані на особистісний досвід учнів, заохочують до самоспостереження, ведення здорового способу життя й відповідального ставлення до власного добробуту.

Даний розділ передбачає реалізацію діяльнісного підходу, зокрема — через моделювання, проєктну діяльність, аналіз реальних даних і самостійне дослідження. Він також спрямований на формування функціональної математичної грамотності як здатності застосовувати математичні знання для розв'язання життєвих ситуацій, прийняття рішень та критичної оцінки інформації.

I. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ

Очікувані результати

Очікувані результати навчання за модулем «Математика здоров'я» у 10 класі мають бути чітко пов'язані з орієнтирами для оцінювання з математичної галузі Державного стандарту профільної середньої освіти, формувати такі знання, уміння та ставлення:

знання: розуміння поняття "норма" та "відхилення" для показників здоров'я (наприклад, індекс маси тіла, артеріальний тиск, частота серцевих скорочень, рівень цукру в крові); знання одиниць вимірювання цих показників та способів їх графічного відображення; розуміння понять "захворюваність", "смертність", "видужання", "ризик", "ефективність лікування"; знання статистичних методів для аналізу медичних даних (наприклад, розрахунок відсотка, середнього значення, побудова простих таблиць частот для поширення захворювань).

уміння: визначати відповідні джерела інформації про здоров'я (наприклад, результати вимірювань, медичні довідки), коректно фіксувати та упорядковувати ці дані; розраховувати ІМТ, пульс, тиск та інші базові показники, порівнювати їх з нормативними значеннями та робити попередні висновки щодо стану здоров'я; будувати графіки зміни біометричних показників з часом, аналізувати динаміку захворюваності, візуалізувати дані про поширення хвороб (стовпчикові діаграми, гістограми).

ставлення: усвідомлення важливості правильного ставлення до здорового способу життя, профілактики захворювань та використання математичних знань для прийняття обґрунтованих рішень; прагнення до перевірки медичної інформації, отриманої з різних джерел, здатність розпізнавати міфи та необґрунтовані твердження, що стосуються здоров'я; розуміння необхідності точних вимірювань та коректних розрахунків у контексті медичних даних, оскільки помилки можуть мати серйозні наслідки; усвідомлення соціального аспекту проблем здоров'я та готовність до використання знань для сприяння благополуччю суспільства.

Модуль «Математика здоров'я» спрямований на формування здатності застосовувати математичні знання для аналізу явищ, пов'язаних зі здоров'ям людини, розуміння впливу числової інформації на ухвалення особистих та суспільних рішень у галузі здоров'я, розвиток навичок критичного аналізу статистичних даних, представлених у медіа, дослідження залежностей між способами життя та станом здоров'я.

У такий спосіб учень / учениця зможе:

1. Розуміти математичні моделі, що описують процеси, пов'язані зі здоров'ям:
 - Учень / учениця розпізнає математичні залежності між факторами ризику: індекс маси тіла, споживання калорій, фізична активність та показниками здоров'я (12 МАО 1.1.1-2).
 - Інтерпретує графіки функцій, що моделюють біологічні або фізіологічні процеси: зростання пульсу при фізичному навантаженні, вплив тривалості сну на концентрацію уваги (12 МАО 1.3.2-1).
2. Збирати та аналізувати дані:
 - Учень / учениця проводить опитування серед однолітків на теми, пов'язані зі здоровим способом життя (режим сну, харчування, фізична активність), обробляє результати та подає у вигляді таблиць, діаграм, графіків (12 МАО 2.1.3-2).
 - Аналізує реальні статистичні дані щодо здоров'я населення (з офіційних джерел, ВООЗ тощо), виявляє закономірності та залежності (12 МАО 1.2.1-1).
3. Обчислювати показники та робити обґрунтовані висновки:
 - Учень / учениця обчислює індекс маси тіла (ІМТ), енергетичну цінність продуктів, середні величини тривалості сну, фізичних навантажень тощо, і робить висновки щодо оптимальності показників (12 МАО 4.2.1-2).

- Порівнює особисті дані або дані однолітків із медичними нормами і робить висновки щодо ризиків чи переваг у способі життя (12 МАО 4.1.2-2).
4. Розв'язувати практичні задачі прикладного змісту:
- Учень / учениця моделює ситуації на основі медичних рекомендацій: розрахунок щоденного раціону, оптимального рівня навантаження, водного балансу, використовуючи пропорції, формули, графіки (12 МАО 2.3.2-1).
 - Застосовує критичне мислення для аналізу інформації зі ЗМІ щодо здоров'я: перевірка достовірності статистичних тверджень у рекламі БАДів, продуктів харчування тощо (12 МАО 1.2.3-2).

Наскрізнi лiнii та їх реалiзацiя

«Екологічна безпека та сталий розвиток»: Математичний аналіз допомагає досліджувати вплив екологічних факторів на здоров'я населення. Учні можуть вивчати статистику щодо рівнів забруднення повітря, якості питної води, вмісту нітратів у продуктах та їхнього зв'язку з хронічними захворюваннями. Вони мають змогу аналізувати динаміку змін середньої тривалості життя у регіонах з різним рівнем екологічного навантаження. Це формує екологічну свідомість, розуміння взаємозв'язку між станом довкілля та здоров'ям, а також сприяє усвідомленню значущості особистого внеску у збереження довкілля.

«Громадянська відповідальність»: Робота з даними щодо захворюваності, вакцинації, доступності медичних послуг, поведінкових ризиків (паління, вживання алкоголю, малорухливий спосіб життя) дозволяє учням зрозуміти важливість здоров'я як суспільної цінності. Учні можуть аналізувати ефективність державних програм охорони здоров'я, статистику смертності від хвороб, що піддаються профілактиці. Це сприяє формуванню критичного ставлення до джерел інформації про здоров'я, розпізнаванню маніпуляцій у медійних повідомленнях, а також вихованню відповідального ставлення до власного здоров'я і здоров'я громади.

«Здоров'я і безпека»: Модуль безпосередньо пов'язаний з формуванням навичок оцінювання особистих ризиків для здоров'я на основі математичних розрахунків. Учні вивчають поняття калорійного балансу, індексу маси тіла, норм фізичного навантаження, використовуючи формули, графіки, статистику. Це формує вміння приймати обґрунтовані рішення щодо власного стилю життя, критично оцінювати поради з інтернету, і сприяє розвитку усвідомленого підходу до підтримання фізичного і психічного здоров'я.

«Підприємливість і фінансова грамотність»: Здоров'я на пряму пов'язане з економічною поведінкою людини. У межах модуля учні можуть аналізувати вартість медичних послуг, оцінювати економічні наслідки хронічних захворювань, складати оптимальні фінансові плани витрат на здорове харчування або спортивні активності. Це сприяє розумінню взаємозв'язку між особистими фінансами та здоров'ям, формує навички відповідального планування і прогнозування.

Ключові компетентності

У процесі вивчення модуля «Математика здоров'я» в учнів 10 класу активно розвиваються так ключові компетентності:

Спілкування державною (і рідною в разі відмінності) мовами: Учні вчаться чітко формулювати свої міркування з тем здоров'я та способу життя, коментувати результати математичних розрахунків (наприклад індексу маси тіла чи добової потреби в калоріях), логічно пояснювати вплив тих чи інших факторів на здоров'я людини. Вони презентують результати досліджень у формі письмових звітів, усних виступів чи мультимедійних проєктів.

Спілкування іноземними мовами: Модуль може включати ознайомлення з інформацією про міжнародні стандарти здоров'я (рекомендації ВООЗ, таблиці індексу маси тіла, харчові

норми), що подані іноземною мовою. Це створює умови для розвитку вміння працювати з англійськими джерелами та розширює словниковий запас у сфері здоров'я й медицини.

Математична компетентність: Є базовою для модуля. Учні виконують розрахунки добової норми калорій, води, навантаження, індексу маси тіла, порівнюють отримані результати з медичними нормами, будують графіки і таблиці. Вони навчаються критично аналізувати числову інформацію про здоров'я, ухвалювати рішення на основі моделей і статистичних показників.

Компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій: Математика здоров'я інтегрує знання з біології та медицини. Учні вивчають, як математичні моделі описують фізіологічні процеси, як науково аналізують вплив сну, харчування чи фізичних вправ на здоров'я. Це сприяє розумінню міждисциплінарних зв'язків та наукового підходу до вивчення людини.

Інформаційно-цифрова компетентність: Учні вчаться використовувати електронні таблиці для обробки даних, онлайн-калькулятори для медичних розрахунків (наприклад ІМТ), застосовують цифрові інструменти для створення графіків, а також перевіряють достовірність джерел медичної інформації в Інтернеті. Вони набувають навичок критичного аналізу медіа-контенту про здоров'я.

Уміння вчитися впродовж життя: Модуль формує здатність самостійно знаходити та опрацьовувати інформацію про здоров'я, аналізувати нові дослідження, адаптувати свої звички відповідно до обґрунтованих висновків. Учні вчаться оцінювати ризики, приймати рішення і планувати власний стиль життя на основі перевірених математичних розрахунків. Учні практикують самостійне опрацювання медичних або статистичних матеріалів, узагальнюють інформацію, формують власні висновки та застосовують їх для розв'язання реальних завдань, наприклад — створення персонального плану здорового способу життя.

Ініціативність і підприємливість: Учні висувують гіпотези щодо впливу певних звичок на здоров'я, формують мету дослідження, шукають дані, планують власні мініпроекти, презентують висновки. Це формує здатність до прийняття рішень, активності та відповідальності.

Соціальна та громадянська компетентності: Через аналіз статистики щодо вакцинації, хронічних захворювань, впливу способу життя на громадське здоров'я, учні розуміють суспільну важливість здоров'я, навчаються співпраці у групах, обговоренні суспільно значущих тем.

Обізнаність та самовираження у сфері культури: Під час роботи з різними форматами подання даних (інфографіками, плакатами, презентаціями) учні поєднують аналітичні та творчі навички. Дослідження звичок харчування, рухової активності в різних країнах чи регіонах сприяє міжкультурному розумінню.

Екологічна безпека та сталий розвиток: Аналізуючи вплив навколишнього середовища на здоров'я (якість повітря, питної води, рівень шуму), учні набувають відповідального ставлення до екологічних факторів та формують уявлення про здоров'я як невід'ємну частину сталого розвитку.

Отже, модуль «Математика здоров'я» сприяє розвитку компетентної, свідомої та відповідальної особистості, яка здатна критично мислити, самостійно приймати рішення щодо власного стилю життя і усвідомлює значення здоров'я у сучасному світі.

II. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ МОДУЛЬ 7 «МАТЕМАТИКА ЗДОРОВ'Я» (3 год)

№ з / п	Тема	Д а т а	Очікувані результати (результати оцінювання)	Види навчальної діяльності	Наскрізнi змістові лінії, ключові компетентності	П р и м і т к и
Модуль 7. Математика здоров'я (3 год)						
1	Індекс маси тіла		Учень (учениця): • добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 1.2.3-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 MAO 2.1.3-2]	Дискусії, спостереження, створення моделей і аналогів, робота в групах.	<u>Наскрізнi змістові лінії:</u> Здоров'я і безпека <u>Компетентності:</u> математична, здоров'язбережувальна, інформаційно-цифрова	
2	Медична статистика		Учень (учениця): • прогнозує межі і точність результатів розв'язання проблемної ситуації та можливі форми їхнього представлення [12 MAO 1.3.1-1] • застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3] • оперує математичними об'єктами у процесі	Моделювання статистичних ситуацій за допомогою таблиць і діаграм (у Google Sheets / Excel). Застосування програмних засобів, таких як Microsoft Excel для дослідницьких завдань.	<u>Наскрізнi змістові лінії:</u> Громадська відповідальність <u>Компетентності:</u> математична, здоров'язбережувальна, інформаційно-цифрова, компетентності в галузі природничих наук, техніки і технологій	

			розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1]			
3	Калорійність і енергетичний баланс	• використовує різні форми подання математичних об'єктів [12 МАО 4.2.2-2] • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1] • перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3-2]	Дебати, дискусії, ігрові симуляції, проєктні роботи	<u>Наскрізнi</u> <u>змістові лінії:</u> Екологічна безпека і сталий розвиток, підприємливість і фінансова грамотність <u>Компетентності:</u> екологічна безпека та сталий розвиток, уміння вчитися впродовж життя, ініціативність та підприємливість		

ІІІ. МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДО ВИДІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Урок 1. ІНДЕКС МАСИ ТІЛА

У світі де інформація про здоров'я щодня оточує нас з екранів, соцмереж і розмов, важливо вміти не лише чути, а й усвідомлено аналізувати, оцінювати й застосовувати ці дані в реальному житті. Математика стає не просто предметом — вона перетворюється на інструмент самопізнання та турботи про власне здоров'я.

Сьогоднішній урок відкриває серію занять модуля «Математика здоров'я», що поєднує навчання з практичним досвідом. Ми навчимося розраховувати індекс маси тіла (ІМТ), аналізувати результати, робити висновки на основі отриманих даних, а також визначати особисті цілі, що базуються на науковому підході до здорового способу життя.

Ця тема не лише про числа. Вона про відповідальність за себе, про вміння критично мислити, про здоров'я як цінність. Саме такий підхід відповідає засадам НУШ, де учень стає активним дослідником і творцем знань, а навчання — змістовним і наближеним до реального життя.

Мотиваційні запитання:

1. Чи важливо знати свій індекс маси тіла? А відсоток жирової тканини?
2. Як дізнатися, чи моя вага в нормі?
3. Що таке ІМТ і чому його розраховують навіть у лікарнях?
4. Чи достатньо знати лише «скільки я важу», щоб оцінити здоров'я?

Теоретична частина відповідно до змісту уроку

Введення поняття індексу маси тіла

ІМТ — один із найпоширеніших індикаторів у клінічній практиці, оскільки дозволяє швидко виявити потенційні проблеми із вагою.

Лікарі використовують його для скринінгу (попереднього відбору), щоб за необхідності направити людину на детальніше обстеження.

Дієтологи за допомогою ІМТ формують індивідуальні плани харчування й оцінюють прогрес клієнтів.

Спортсмени теж можуть використовувати цей показник як контрольну точку у поєднанні з іншими параметрами, такими як відсоток жиру, м'язова маса тощо.

Цією підказкою ми завдячуємо математику і статистику Адольфу Кетле (1796-1874). Спочатку його називали «індексом Кетле» а термін «Індекс маси тіла» з'явився лише в 1972 році. Однак, незважаючи на свою простоту, ІМТ має обмеження. Він не враховує склад тіла: м'язи, жир, вода, кісткова маса — все зводиться до єдиного числа. Тому у тренованих людей із великою м'язовою масою ІМТ може вказувати на "надмірну вагу" або навіть «ожиріння», хоча насправді вони мають гарний фізичний стан. Так само в осіб похилого віку ІМТ може бути в межах норми, але відсоток м'язової маси — низький, а жирова — надмірна, що також є проблемою.

Тому ІМТ не слід сприймати як єдиний критерій діагностики. Крім того, індекс не враховує стать. Наприклад, жінки природно мають вищий відсоток жирової тканини, ніж чоловіки, навіть за однакового ІМТ. Також не враховується вік: у дітей і підлітків використовують окремі таблиці з урахуванням вікових норм, адже тіло в період росту змінюється, і значення ІМТ у них оцінюється відносно середніх значень для їхньої вікової категорії. Незважаючи на ці обмеження, ІМТ залишається важливим інструментом у сфері громадського здоров'я. З його допомогою визначають масштаби поширення надмірної ваги й ожиріння в популяціях, оцінюють ефективність державних програм з охорони здоров'я, аналізують ризики для серцево-судинної системи, діабету II типу, гіпертонії тощо. Ризики зростають із підвищенням ІМТ — особливо, якщо значення перевищує 30. Ожиріння класифікується за ступенями (I, II, III) — і чим вищий ступінь, тим більша ймовірність супутніх хвороб.

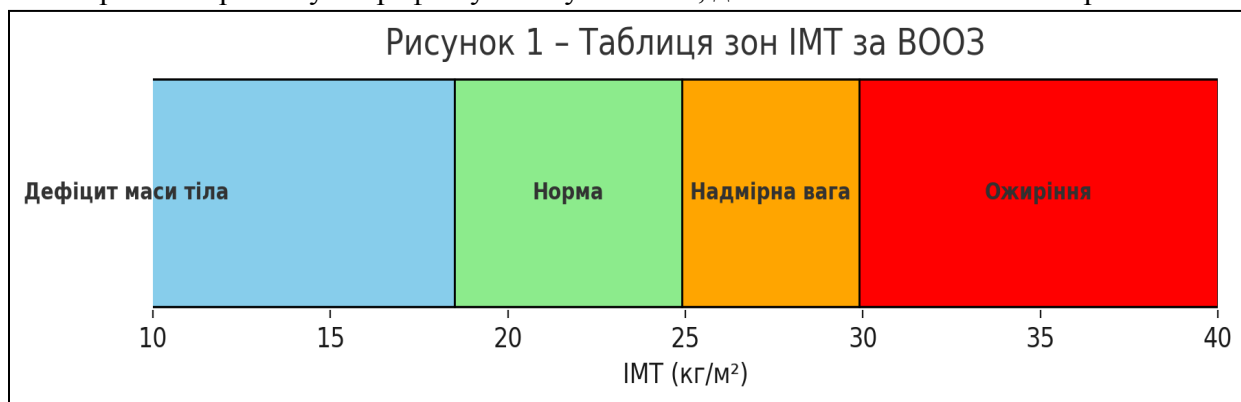
Як обчислити ІМТ?

$$\text{ІМТ} = \frac{\text{маса тіла (кг)}}{\text{зріст (м)}^2}$$

Класифікація ІМТ за ВООЗ:

Категорія	ІМТ (кг/м ²)	Ризик для здоров'я
Дефіцит маси тіла	Менше ніж 18,5	Підвищений
Нормальна маса тіла	18,5 – 24,9	Низький
Надмірна маса тіла	25,0 – 29,9	Середній
Ожиріння I ступеня	30,0 – 34,9	Високий
Ожиріння II ступеня	35,0 – 39,9	Дуже високий
Ожиріння III ступеня	40,0 і більше	Критично високий

Норма – це зона від 18,5 до 24,9. Щоб краще уявити, де саме розташоване ваше значення ІМТ — корисно переглянути графічну шкалу зон ІМТ, де кожна зона має свій колір:



Значення індексу маси тіла

ІМТ	КЛАСИФІКАЦІЯ
< 18,4	Недостатня маса тіла
18,5-24,9	Норма
> 25,0	Надлишкова маса
25-29,9	Передожиріння
30-34,9	Ожиріння I ступеню
35-39,9	Ожиріння II ступеню
40	Ожиріння III ступеню

Чи існують випадки коли ІМТ не може бути достовірним? Так, у підлітків (їх організм змінюється, важливо враховувати вік і стать), у спортсменів з великою м'язовою масою, у літніх людей, в яких знижена м'язова маса, у людей з особливими медичними станами (набряки, гормональні порушення тощо).

Тому ІМТ — не діагноз, а орієнтир, який треба поєднувати з медичною консультацією.

Ілюстративні приклади

Завдання-дослідження: «Піклуємось про своїх рідних»

Ситуація: Проведіть мініопитування серед своїх рідних (батьки, брати сестри, бабусі, дідусі) про те, який зріст вони мають. Запропонуйте їм стати на ваги, та перевірити власну вагу на даний момент.

Завдання:

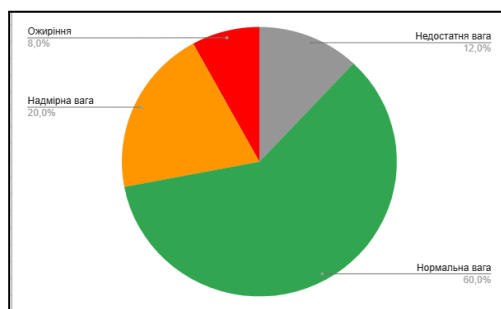
1) Проведіть опитування (у формі анкети, онлайн-форми або усно).

- 2) Упорядкуйте отримані дані у вигляді таблиці частот.
- 3) Обчисліть ІМТ для учасників дослідження.
- 4) Визначте, яка категорія ІМТ є найчастішою серед ваших рідних. Про що це може свідчити?
- 5) Сформулюйте висновки про дані, до яких категорій вони належать (норма, надмірна вага, недостатня вага).

Формуються компетентності: математична, соціальна, ініціативність, здоров'язбережувальна.

Приклад 1: Визначити відсоток дітей із різною вагою в класі з 25 учнів, на основі зібраних даних ІМТ.

Категорія	Кількість учнів
Недостатня вага	3
Нормальна вага	15
Надмірна вага	5
Ожиріння	2



Недостатня вага: 12%
 Нормальна вага: 60%
 Надмірна вага: 20%
 Ожиріння: 8%

Відеоуроки:

1. ІМТ: приклад розрахунку за формулою. URL: https://youtube.com/shorts/nKYzTMDPOM?si=Q2FRaj8FJhz5OOv_



2. Як обчислити ІМТ. URL: https://youtube.com/shorts/_XHgR6zJOOW?si=MW7rTmn4lkyb_4u6



Тренувальні вправи: приклади компетентнісних завдань

Приклад 1. Розрахунок ІМТ за заданими параметрами

Обчисліть ІМТ для кожного випадку. Визначте категорію ваги за класифікацією ВООЗ.

№ з/п	Маса (кг)	Зріст (м)
1.	48	1,58
2.	75	1,80
3.	90	1,70
4.	63	1,65
5.	105	1,75

Після розрахунку порівняйте значення з діапазонами значення ІМТ.

Приклад 2. Аналіз змін ІМТ

Упродовж року маса людини змінилася з 80 кг до 72 кг. Її зріст – 1,75 м.

1. Обчисли ІМТ до і після схуднення.
2. На скільки пунктів ІМТ змінило значення?
3. Яка зміна відбулась у категорії за ВООЗ?

Приклад 3. Аналітичне дослідження класу

Ситуація: Учитель проводить анонімне дослідження ІМТ у класі. Учні вводять свої масу та зріст у google форму. Після того, як дані зібрані в таблицю (10 осіб) потрібно:

Завдання:

1. Обчислити ІМТ для кожного учасника.
2. Побудувати гістограму розподілу за зонами (дефіцит, норма, надмірна вага, ожиріння).
3. Знайти середнє значення, моду та медіану ІМТ у класі.
4. Зробити узагальнення: які тенденції в класі? Чи є ризики?
5. Запропонувати 3 профілактичні кроки для покращення загального стану здоров'я класу.

Критерії оцінювання:

- 1) Обчислення ІМТ для кожного учасника (10 осіб) (2 бали).
- 2) Побудова гістограми розподілу за зонами (2 бали).
- 3) Розрахунок середнього значення, моди та медіани ІМТ (3 бали).
- 4) Узагальнення (аналіз тенденцій і ризиків) (2 бали).
- 5) Рекомендації щодо покращення здоров'я (3 пропозиції) – 3 бали

Приклад 4. Життєвий сценарій з рішенням

Ситуація: Після канікул Петро помітив, що його маса тіла зросла з 68 до 76 кг. Його зріст — 1,74 м. Він вирішив повернутися до норми протягом 2 місяців. Він планує скоротити щоденне споживання на 500 ккал та збільшити активність.

Завдання:

1. Обчисли ІМТ «до» і бажаний ІМТ.
2. Порахуй, на скільки кг потрібно зменшити масу для повернення в зону «норма».
3. Розрахуй кількість днів, за які він зможе це зробити, якщо $1\text{ кг} \approx 7700\text{ ккал}$ дефіциту.
4. Чи реалістичний його план? Поясни з точки зору математики та здоров'я.

Критерії оцінювання:

- 1) Обчислення ІМТ «до» та бажаного ІМТ (2 бали)

- 2) Розрахунок, скільки кг потрібно скинути для досягнення норми (2 бали).
- 3) Розрахунок кількості днів, необхідних для схуднення (3 бали).
- 4) Оцінка реалістичності плану (аналіз і пояснення) (3 бали).
- 5) Якість оформлення і логіка подання (структурованість, пояснення) – 2 бали.

Розробки практичних завдань зі статистики на основі міжнародного дослідження PISA

Задача 1. «ІМТ Ліонеля Мессі»

Ліонель Мессі, зріст якого 1,70 м, вирішив підготуватися до нового сезону, оптимізувавши свою фізичну форму. Він починає програму, під час якої щотижня знижує свою вагу на 1,5% від попередньої. Відомо, що початкова вага Мессі — 72 кг. Оптимальний ІМТ для спортсмена — від 18,5 до 24,9.

Завдання:

1. Обчисліть ІМТ Ліонеля Мессі на початку курсу.
2. Складіть формулу, яка описує зміну його ваги через n тижнів з урахуванням щотижневого зниження на 1,5%.
3. Обчисліть вагу Мессі і його ІМТ через 4 тижні.
4. Через скільки тижнів ІМТ Мессі стане нижчим за 18,5 (ризик недостатньої ваги)?
5. Поясніть, чому важливо стежити не лише за ІМТ, а й за загальним станом здоров'я.

Критерії оцінювання :

- 1) Обчислення початкового ІМТ. (2 бали)
- 2) Складання формули зміни ваги. (3 бали)
- 3) Обчислення ваги та ІМТ через 4 тижні (3 бали)
- 4) Визначення тижня, коли ІМТ стає нижчим за 18,5 (3 бали)
- 5) Пояснення про важливість комплексного здоров'я (1 бал)

Можливі теми для учнівських проєктів

1. «Дослідження ІМТ у класі: статистичний аналіз та графічне відображення».
2. «Порівняння ІМТ різних спортивних дисциплін».
3. «Математична модель зміни ІМТ при різних режимах харчування та фізичної активності».
4. «Вплив віку та статі на індекс маси тіла: статистичний огляд і аналіз тенденцій».
5. «Розробка онлайн-калькулятора або мобільного додатка ІМТ з інтерпретацією результатів».

Урок 2. МЕДИЧНА СТАТИСТИКА

Мотиваційні запитання

1. Навіщо вивчати медичну статистику? Як відсотки і графіки можуть показати рівень здоров'я країни чи класу?
2. Як зрозуміти, що тиск підвищений чи в нормі?
3. Чому статистику потрібно перевіряти?
4. Чи можна оцінити ризик інфікування математично?
5. Чому у новинах часто показують «графік захворюваності»? Чи вміємо ми його читати?
6. Як спрогнозувати, коли буде пік грипу або COVID-19?
7. Якщо 10% учнів відсутні — це багато чи мало? Як це порахувати?
8. Як визначити чи вакцина ефективна за відсотками?

Теоретична частина

Медична статистика займається застосуванням статистики в медицині та науках про здоров'я, включно з епідеміологією, охороною здоров'я, судовою медициною (Forensic medicine) та клінічними дослідженнями.

Медична статистика вивчає кількісні та якісні характеристики здоров'я населення, розвиток системи охорони здоров'я держави, визначає вплив на них соціально-економічних, медико-біологічних та інших факторів. Обґрунтовує використання різноманітних статистичних методів для оброблення та аналізу результатів медичних досліджень (клінічних, експериментальних, епідеміологічних, гігієнічних, медико-соціальних). Основні поняття статистики (в контексті здоров'я)

Поняття	Опис	Приклад
Статистична сукупність	Група осіб чи подій, які досліджуються	Учні 10 класу
Ознака	Те, що вимірюється	Температура тіла, кількість кроків
Абсолютна частота	Скільки разів трапилась подія	10 учнів були хворі
Відносна частота	Частка або відсоток від загальної кількості	10 із 30 = 33,3 %
Середнє арифметичне	Сума значень / кількість значень	$(36,5 + 37 + 38)/3$
Мода	Найчастіше значення	Частіше фіксується температура 37 °C
Медіана	Значення «посередині» в упорядкованому списку	В упорядкованому списку: 36,5; 37; 38. $Me = 37$.

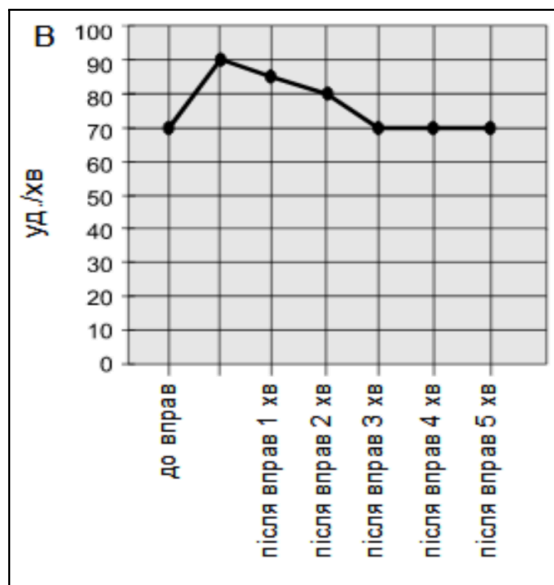
Застосування статистичних понять, які вивчалися раніше, а саме: вибірка даних, середнє арифметичне, мода, медіана, частота (кількість випадків події), відносна частота (у відсотках), діаграма, графік, гістограма (візуалізація даних), графіки залежності, табличне представлення даних, яке є невід'ємною частиною аналізу медичних даних. Основи теорії ймовірностей: подія, ймовірність події.

Ілюстративні приклади

Приклад 1.

Виміряйте свій пульс, потім виконайте 10 присідань та перевірте знову свій пульс. Перевіряйте його через 1, 2, 3, 4, 5 хв. після виконання вправ. Результат виконаної роботи подайте у вигляді лінійної діаграми.

 Норма пульсу			
Вік	Нормальна частота пульсу, уд./хв.	Тренувальна частота пульсу, уд./хв.	Максимальна частота пульсу, уд./хв.
20 років	70	130-160	200
25 років	70	127-156	195
30 років	70	124-152	190
35 років	70	120-148	185
40 років	70	117-144	180
45 років	70	114-140	175
50 років	74	111-136	170
55 років	74	107-132	165
60 років	79	104-128	160
65+ років	79	98-120	150



Приклад 2.

Для попередження спалаху одного з найнебезпечніших інфекційних захворювань таких як кір, де рівень інфікування становить 90- 95% не вакцинованих дітей. Потрібно провести ревакцинацію дітей віком 6 років. У ТГ зафіксовано 850 дітей такого віку. Ймовірність підвищення температури тіла після вакцинації становить 5%. Батьки 98 дітей написали відмову від вакцинації. Яка ймовірна кількість дітей може мати підвищену температуру після вакцинації? Який відсоток дітей ТГ є захищеними від даного захворювання?



Відеоуроки

1. Відео презентація «Математика та медицина».

URL: https://youtu.be/aIwyf-AqtYs?si=Fu3y2_Bd2WIScHAd



2. Математична статистика. URL: <https://youtu.be/FXIPBVQaGjs?si=7cPmVimlbMqX9JP0>



Приклади компетентнісних завдань

Приклад 1. Вакцинація у школі

Ситуація: У школі було вакциновано сезонно 80% учнів від грипу. Після вакцинації анкетування показало, що 15% мали підвищену температуру, 5% скаржилися на біль у руці, 80% не мали жодних побічних ефектів.

Завдання

1. Побудуй кругову діаграму, яка відображає розподіл реакцій на вакцинацію.
2. Скільки учнів із 540 вакцинованих мали побічні реакції?
3. У класі 30 учнів. Яка ймовірність, що жоден із них не матиме побічної дії якщо вибрати 1 учня випадково?
4. Який можна зробити висновок для обґрунтованої відповіді батькам, які бояться вакцин.

Приклад 2. Споживання води

Ситуація: ВООЗ рекомендує щодня споживати не менше 30 мл води на 1 кг маси тіла. Дослідили, скільки води в середньому споживають учні в 10-А класі:

Учень	Маса (кг)	Споживання води (мл)
Аня	50	1200
Марко	65	1800
Ігор	80	2200

Завдання

1. Для кожного учня обчисли рекомендовану норму споживання.
2. Хто споживає менше за норму?
3. Побудуй графік «маса тіла – фактичне споживання води».
4. Чи можна на підставі цих даних зробити висновок про гідратацію учнів?

Приклад 3. Ризик гіпертонії

Ситуація: Відомо, що ризик розвитку гіпертонії в людей із надмірною вагою зростає на 60%. Із 1000 людей, у яких ІМТ > 30, гіпертонія діагностована у 640.

Завдання

1. Обчисли ймовірність гіпертонії серед осіб з ожирінням.
2. У класі 25 учнів — яка ймовірність, що жоден не матиме таких ризиків (якщо вони підтримують нормальний ІМТ)?
3. Сформулюй висновок про вплив ІМТ на здоров'я.

Можливі теми учнівських проєктів

1. «Як працює мій організм: аналітичний звіт за 3 дні — пульс, сон, фізична активність, температура».
2. «Аналіз статистики захворюваності в Україні за останні роки.»
3. «Математичне моделювання поширення інфекційних хвороб.»
4. «Вакцинація в цифрах: ефективність і охоплення населення.»
5. «Середня тривалість життя: як вона змінюється в різних країнах.»
6. «Глобальні ризики: захворювання серцево-судинної системи в цифрах».
7. «Статистика сну підлітків: скільки ми реально відпочиваємо?»

Тестові завдання для формувального оцінювання

1. **(1 бал)** Що вивчає медична статистика?
 - А. Економічні показники медичних установ
 - В. Кількісні закономірності стану здоров'я населення
 - С. Правила санітарії
 - Д. Методи лікування інфекційних захворювань
2. **(1 бал)** Оберіть правильне твердження: Медична статистика допомагає:
 - А. Лікувати хвороби
 - В. Організовувати медичні експедиції
 - С. Оцінювати стан здоров'я населення
 - Д. Виготовляти медикаменти
3. **(1 бал)** Який показник використовують для аналізу смертності?
 - А. Коефіцієнт народжуваності
 - В. Середній вік пацієнтів
 - С. Коефіцієнт смертності
 - Д. Частота хвороб, що передаються повітряно-крапельним шляхом
4. **(2 бали)** Встановіть відповідність між термінами і їх визначеннями:
 1. Захворюваність
 2. Летальність

3. Одужання
4. Поширеність хвороби
 - A. Відсоток смертей серед хворих
 - B. Частота нових випадків захворювань
 - C. Кількість хворих на певну дату
 - D. Завершення хвороби із повним відновленням здоров'я
5. **(1 бал)** Оберіть правильну формулу для розрахунку коефіцієнта захворюваності:
 - A. $(\text{Кількість смертей} / \text{Загальна кількість населення}) \times 1000$
 - B. $(\text{Кількість хворих} / \text{Кількість одужаних}) \times 100$
 - C. $(\text{Кількість нових випадків захворювання} / \text{Середньорічна чисельність населення}) \times 1000$
 - D. $(\text{Кількість пацієнтів} / \text{Кількість лікарів}) \times 100$
6. **(1 бал)** У місті проживає 100 000 людей. За рік зареєстровано 4000 випадків грипу. Обчисліть рівень захворюваності на грип на 1000 осіб.
 - A. 4
 - B. 40
 - C. 400
 - D. 0,4
7. **(1 бал)** Оберіть усі коректні джерела даних для медичної статистики:
 - A. Медичні картки
 - B. Соціальні мережі
 - C. Лабораторні дослідження
 - D. Дані перепису населення
8. **(1 бал)** Укажіть метод збору статистичних даних:
 - A. Анкетування
 - B. Діагностика
 - C. Фармакотерапія
 - D. Хірургічне втручання
9. **(1 бал)** Яке з понять відноситься до *дескриптивної статистики* в медицині?
 - A. Перевірка статистичних гіпотез
 - B. Побудова прогностичних моделей
 - C. Узагальнення медичних показників
 - D. Аналіз клінічних експериментів
10. **(2 бали)** Поясніть чому важливо аналізувати статистику захворюваності для організації профілактики.

Правильні відповіді: 1. B; 2. C; 3. C; 4. 1-B, 2-A, 3-D, 4-C; 5. C; 6. B; 7. A; 8. A; 9. C.

Урок 3. КАЛОРІЙНІСТЬ І ЕНЕРГЕТИЧНИЙ БАЛАНС

Рациональне харчування — один із ключових чинників збереження здоров'я, працездатності й гарного самопочуття. Щоб організм функціонував правильно важливо дотримуватися енергетичного балансу — рівноваги між кількістю спожитої та витраченої енергії. Саме тому тема уроку об'єднує знання з біології, фізики, математики та повсякденного життя.

На уроці учні:

- дізнаються, як розраховувати калорійність продуктів;
- навчаться визначати добову потребу в енергії залежно від віку, статі та рівня активності;
- побудують математичну модель енергетичного балансу людини;
- проведуть розрахунки на основі реальних життєвих ситуацій;
- критично оцінять популярні дієти з точки зору математики та здоров'я.

Урок сприяє формуванню здоров'язбережувальної компетентності, математичної грамотності, розвитку критичного мислення та навичок роботи з числовими даними.

Мотиваційні запитання

- Що таке «здоровий день» у числах?
- Як обґрунтувати свій спосіб життя математично?
- Чи можна за допомогою математики визначити дозування ліків або скласти збалансоване меню?
- Як дізнатись, скільки енергії ви споживаєте щодня — і чи вистачає вам її для навчання, спорту та активного життя?
- Що станеться, якщо організм отримує більше енергії, ніж витрачає?
- Чому деякі спортсмени споживають понад 4000 ккал на день?
- Як математика ховається в етикетці на продукті?

Теоретична частина

Калорійність — це кількість енергії яку людина отримує з їжі та напоїв. Вона вимірюється в кілокалоріях (ккал) і відображає скільки енергії містить певний продукт. Енергія яку ми споживаємо необхідна для підтримки основних життєвих функцій: дихання, серцебиття, роботи внутрішніх органів, руху, мислення, росту тощо. Кожен макронутрієнт має свою енергетичну цінність: білки — приблизно 4 ккал на 1 грам, вуглеводи — також близько 4 ккал/г, а жири — 9 ккал/г. Тобто жирні продукти мають значно вищу калорійність, ніж білкові чи вуглеводні.

Енергетичний баланс — це співвідношення між кількістю калорій, які ми споживаємо, та кількістю яку витрачаємо. Саме від цього балансу залежить зміна маси тіла. Якщо надходження енергії дорівнює витратам (тобто калорійність їжі дорівнює добовим витратам енергії) вага залишається стабільною — це так званий енергетичний баланс «нуль». Якщо ж споживаних калорій менше, ніж витрачається — виникає негативний енергетичний баланс, організм починає використовувати жирові запаси і маса тіла зменшується. У випадку позитивного балансу — надлишок калорій відкладається в організмі у вигляді жиру і вага збільшується.

Для того щоб коригувати масу тіла або підтримувати здорову вагу важливо правильно розрахувати добову потребу в калоріях. Першим кроком є визначення базового рівня метаболізму (BMR, англ. Basal Metabolic Rate) — це мінімальна кількість енергії, необхідна для життєдіяльності організму у стані повного спокою (без руху, фізичної активності, емоційних

навантажень). BMR залежить від віку, статі, маси тіла та зросту. Для цього використовують формули, зокрема формулу Маффіна-Джеора:

Для жінок: $BMR = (10 \times \text{вага в кг}) + (6,25 \times \text{зріст у см}) - (5 \times \text{вік у роках}) - 161$

Для чоловіків: $BMR = (10 \times \text{вага в кг}) + (6,25 \times \text{зріст у см}) - (5 \times \text{вік у роках}) + 5$

Однак це лише енергія у стані спокою. Щоб дізнатися добову потребу в калоріях з урахуванням фізичної активності, отриманий BMR множать на коефіцієнт фізичного навантаження:

Малорухливий спосіб життя (офісна робота, відсутність спорту) — $\times 1,2$.

Помірна активність (легкі тренування, щоденна активність) — $\times 1,55$.

Висока активність (важка фізична робота або інтенсивні тренування) — $\times 1,9$.

Розуміння калорійності і енергетичного балансу є основою раціонального харчування та профілактики хронічних захворювань. Застосовуючи ці знання, людина може грамотно планувати раціон, дбати про свою фізичну форму і здоров'я загалом.

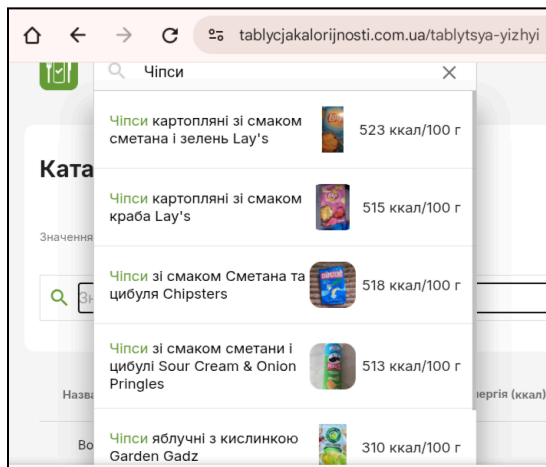
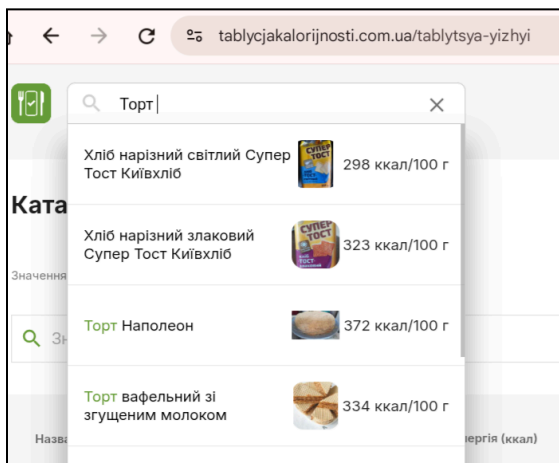
Ілюстративні приклади

Приклад 1. За таблицею харчової цінності підрахуйте калорійність такого сніданку: 2 яйця, 100 г хліба, 200 мл молока. Скільки калорій вийшло загалом?

Продукт	Калорійність (ккал)	Білки (г)	Жири (г)	Вуглеводи (г)
Яйце куряче	157 ккал	13 г	11 г	1 г
Хліб пшеничний	265 ккал	8 г	3 г	50 г
Молоко 2,5%	52 ккал	3 г	2,5 г	5 г



[Таблиця калорійності](#)



Приклад 2. За даними етикетки: 100 г продукту містить 12 г цукру. Якщо людина з'їдає 250 г цього продукту на день, скільки це буде у відсотках від максимально рекомендованої норми (50 г цукру на день)?

Приклад 3. Побудуйте кругову діаграму, яка показує розподіл калорій у вашому денному раціоні: сніданок — 450 ккал, обід — 650 ккал, вечеря — 400 ккал, перекуси — 200 ккал.

Приклад 4.

1. Розрахуйте свою норму калорій на день за формулою:
Для жінок: $BMR = (10 \times \text{вага в кг}) + (6,25 \times \text{зріст у см}) - (5 \times \text{вік у роках}) - 161$.
Для чоловіків: $BMR = (10 \times \text{вага в кг}) + (6,25 \times \text{зріст у см}) - (5 \times \text{вік у роках}) + 5$.
2. Та помножте на коефіцієнт фізичного навантаження:
 - Малорухливий спосіб життя (офісна робота, відсутність спорту) — $\times 1,2$.
 - Помірна активність (легкі тренування, щоденна активність) — $\times 1,55$.
 - Висока активність (важка фізична робота або інтенсивні тренування) — $\times 1,9$.
3. Визначте час, який ви витрачаєте на ті чи інші фізичні активності.
4. Порахуйте скільки витрачається на кожну активність та загалом.
5. Порівняйте результати.

Відеоуроки

1. Підрахунок калорій для різних цілей. Концепція Сісо.

URL <https://youtu.be/DPl8QyaRBnA?si=m2FioU7R5951WJGz>



2. Складові здорового способу життя.

URL https://youtu.be/Y4ce_Q1UYA8?si=gvqA93I38lz2Pn2H



Приклади компетентнісних завдань

Приклад 1. Складіть меню на день, яке містить: білки - 80 г, жири - 70 г, вуглеводи – 300 г.

№	Продукт	Калорійність (ккал)	Білки (г)	Жири (г)	Вуглеводи (г)
1	Куряче філе	165	31	3,6	0
2	Яйце варене	157	13	11	1
3	Рис відварений	130	2,7	0,3	28
4	Макарони варені	111	3,5	1,1	23
5	Хліб пшеничний	265	8	3	50
6	Сир твердий	350	25	30	0
7	Молоко 2,5%	52	3	2,5	5
8	Яблуко	47	0,4	0,4	11
9	Вівсянка суха	375	11	6	65

10	Картопля варена	85	2	0,5	17
----	-----------------	----	---	-----	----

Завдання: Використовуйте продукти з таблиці, яка подана на уроці. Дані в таблиці подаються на 100 г продукту.

1. Розробіть два варіанти меню сніданку, обіду, вечері, та двох перекусів.
2. Розрахуйте у відсотках на який прийом їжі припадає споживання найбільшої кількості ккал.
3. Проілюструйте ваші результати за допомогою діаграми.

Задача: «Сплануй збалансоване харчування»

Ситуація: Ілля займається фітнесом і вирішив скоригувати свій денний раціон відповідно до принципів здорового харчування. Його тренер порадив, що для підтримання енергії Іллі потрібно споживати приблизно 2200 ккал на день. При цьому:

- Калорії мають надходити з білків, жирів і вуглеводів (1 гр. білка дає 4 ккал, 1 гр. жиру — 9 ккал, 1 гр. вуглеводів — 4 ккал.)
- Тренер рекомендує, щоб білки складали 25% добового раціону за калорійністю, жири — 30%, вуглеводи — решту.

Завдання:

1. Складіть рівняння, яке дозволяє визначити, скільки грамів кожного з трьох нутрієнтів має містити добовий раціон Іллі.
2. Спробуйте виразити кожний нутрієнт, та знайти кількість грамів білків, жирів і вуглеводів, які має вживати Ілля щодня.
3. Поясніть, чому важливо дотримуватись такого балансу в харчуванні.
4. (Коротка відповідь на 2–3 речення)

Розв'язання

Введемо позначення для нутрієнтів. Нехай 1 г білка буде x , 1 г жиру буде y , 1 г вуглеводів буде z . Тоді загальна калорійність раціону обчислюватиметься:

$$4x + 9y + 4z = 2200.$$

Знайдемо 25% від 2200, 30% від 2200.

$$2200 \cdot 0,25 = 550 \text{ ккал} - \text{отримає Ілля зі спожитими білками.}$$

$$2200 \cdot 0,30 = 660 \text{ ккал} - \text{отримає Ілля зі спожитими жирами.}$$

$$100\% - (25\% + 30\%) = 45\% - \text{складають вуглеводи в добовому раціоні}$$

$$2200 \cdot 0,45 = 990 \text{ ккал} - \text{отримає Ілля зі спожитими вуглеводами.}$$

Відповідно до рекомендацій тренера:

$$4x = 550$$

$$x = 137,5 \text{ г} - \text{білків,}$$

$$9y = 660$$

$$y = 73,3 \text{ г} - \text{жирів,}$$

$$4z = 900$$

$$z = 247,5 \text{ г} - \text{вуглеводів.}$$

Відповідь: білків 137,5 г, жирів 73,3 г, вуглеводів 247,5 г.

Приклад проєкту: «Математичний фітнес-план»

ПАСПОРТ ПРОЄКТУ

Актуальність проєкту: На сьогоднішній день питання здоров'я, фізичної активності та правильного способу життя набувають особливого значення. Молодь дедалі частіше стикається з проблемами малорухливого способу життя, порушенням режиму сну та харчування. Водночас

шкільна математика дає інструменти для аналізу таких щоденних показників, як кількість кроків, калорій, тривалість сну та активностей. Дозволяє учням застосовувати математичні знання на практиці, навчає працювати з даними, робити обґрунтовані висновки та формувати особисті фітнес-плани на основі обчислень. Таким чином, математика в сучасності стає не лише навчальним предметом, а й засобом піклування про власне здоров'я. Сприяє розвитку критичного мислення, цифрової грамотності та навичок самоорганізації — якостей, необхідних сучасній людині, що є основним напрямом Нової української школи.

Цілі проєкту: Розвинути здатність застосовувати математичні поняття, дії, методи аналізу даних та моделювання для розв'язання реальних життєвих завдань (розрахунок калорій, енерговитрат, складання планів).

Навчити учнів збирати, опрацьовувати, систематизувати та візуалізувати інформацію за допомогою цифрових засобів (електронні таблиці, сервіси створення графіків і презентацій)

Сприяти усвідомленню значення фізичної активності, сну та збалансованого харчування для здоров'я; формувати навички відповідального ставлення до власного тіла через дані.

Розвивати навички планування, самоспостереження, самооцінювання та рефлексії. Спонукає до саморозвитку на основі зібраної та проаналізованої інформації.

Формувати здатність чітко та логічно висловлювати свої думки, презентувати результати дослідження, аргументувати висновки у зрозумілій і науковообґрунтованій формі.

Сприяти розвитку співпраці, відповідальності у роботі в групі, толерантного обговорення ідей, планування спільних дій для досягнення мети.

Очікувані результати:

Учень(учениця)

- обчислює енергетичний баланс на основі формул і персональних даних;
- виконує обчислення середніх, граничних значень, відсотків;
- аналізує зв'язки між різними аспектами способу життя (активність, сон, харчування);
- працює з таблицями даних та будує графіки/діаграми (лінійні, кругові, стовпчасті);
- створює візуальні продукти (інфографіку, презентацію) з чіткими поясненнями результатів;
- розробляє власний фітнес-план на основі аналізу;
- працює в команді, дотримується термінів, ділиться обов'язками;
- застосовує цифрові інструменти для пошуку, обробки та представлення інформації;
- презентує результати публічно, аргументуючи свої висновки.

Завдання проєкту: Сприяти зацікавленості учнів здоровим способом життя. Залучити до збору особистих даних про щоденні фізичні активності, калорійність спожитої їжі, тривалість і якість сну.

Учасники проєкту: учні 10 класів.

Об'єкт дослідження: підлітки віком 15-17 років.

Предмет дослідження: математика з міжпредметними зв'язками з біологією, інформатикою, фізкультурою.

Тривалість проєкту: 1 тиждень

Методи дослідження: опитування, анкетування, спостереження, аналіз документів, візуалізація даних, моделювання, експертна оцінка.

Форма презентації: відкрите заняття з математики з публічним виступом про результати роботи.

ОПИС ПРОЄКТУ

Визначення напрямків діяльності.

Завдання для груп (4-5 осіб)

Протягом проєкту учні у малих групах досліджують власний спосіб життя, збираючи й аналізуючи дані про щоденну фізичну активність а саме: тип активності, тривалість, інтенсивність, кількість зроблених кроків. Споживання їжі (кількість та калорійність продуктів), сон (тривалість, режим, якість сну).

Реалізація мети та завдань проєкту

Ці дані, групи обробляють за допомогою математичних методів:

1) обчислюють середнє значення, обсяг витрат енергії, співвідношення калорій, знаходять закономірності.

2) розраховують добову норму калорій для свого віку та маси тіла.

3) визначають баланс спожитих і витрачених калорій.

4) виводять середні, максимальні та мінімальні значення, обчислюють відхилення.

Візуалізації даних проєкту

Учні створюють графіки, діаграми, таблиці та інфографіку, що узагальнюють і наочно представляють результати, демонструють зміну активності, сну та харчування, аналізують зв'язки між кількістю сну, рівнем активності та споживанням калорій. Робота завершується складанням персонального фітнес-плану з математично обґрунтованими рекомендаціями щодо покращення сну, харчування та рухової активності. Роблять висновки щодо ефективності власного стилю життя та складають персональні рекомендації. Використовуються цифрові інструменти — Microsoft Excel, Google Таблиці, Canva, PowerPoint тощо.

Можливі теми проєктної діяльності

1. «Математика на кухні: здорова тарілка.»
2. «Скільки коштує бути здоровим?»
3. «Як впливає стрес на сон і успішність: математичне моделювання.»
4. «Вода і здоров'я: пий правильно.
5. «10000 кроків на день: міф чи реальність?»

IV. СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Література:

1. Анікушин А.В., Номіровський Д.А., Якір М.С. Вчимося застосовувати математику. Друга частина. Фінансова математика, теорія ймовірностей, статистика для учнів 9-11 класів: Гімназія, 2022. 186 с.
2. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ : Генеза, 2019. 304 с.
3. Мерзляк А. Г, Номіровський Д. А., Полонський В. Б. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2019. 208 с.
4. Шкільна медична статистика: навчально-методичний посібник / За ред. В. В. Гусева. — Київ: Центр учбової літератури, 2020. — 128 с.

Інтернет-джерела:

1. Бурда М.І., Васильєва Д.В., Вашуленко О.П., Волошена В.В., Тарасенкова Н.А. Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії. Методичний посібник. URL: <https://surl.li/mgaxnr>
2. Всесвітня організація охорони здоров'я (ВООЗ). BMI Classification – Body Mass Index (Індекс маси тіла). URL: <https://surl.li/uuqnqq>
3. Довідник з харчування. Калорійність продуктів і енергетичний баланс. МОЗ України, 2020. URL: <https://surl.li/czqrst>
4. Міністерство освіти і науки України. Типова освітня програма для закладів загальної середньої освіти (5–9 класи) (НУШ). URL: <https://surl.li/juomov>
5. Програма з математики. 5–9 класи. Нова українська школа. Міністерство освіти і науки України. URL: <https://surl.li/xdmqto>

Лариса Морозюк
Людмила Мотуз

Модуль 8

**МАТЕМАТИКА В ТОРГІВЛІ ТА
ЛОГІСТИЦІ**



ПЕРЕДМОВА

У сучасному інформаційному суспільстві математика відіграє досить важливу роль не тільки у сфері навчання, а й у повсякденному життєдіяльності, зокрема в таких господарських галузях, як торгівля та логістика. Здатність застосовувати математичні знання для аналізу, оптимізації та прийняття рішень у реальних комерційних та логістичних сценаріях стає дедалі важливішою.

Даний навчально-методичний матеріал є супроводом до модуля «**Математика в торгівлі та логістиці**» навчальної програми «**SMART-математика: задачі, які працюють**» вибіркового освітнього компоненту (курсу за вибором) для учнів 10 класу авторського колективу Тищенко І.А., В'язовік А.М., Бедусенко О.С. і призначено для вчителів математики, які прагнуть урізноманітнити навчальний процес, зробити його більш практико-орієнтованим, дослідницьким та наближеним до реального життя.

Методичний інструментарій розроблено для формування ключових компетентностей (математична, інформаційно-цифрова, ініціативність і підприємливість, уміння навчатися впродовж усього життя) в учнів для активної їх участі в сучасному економічно-інформаційному середовищі.

Авторами даного модуля є слухачі курсів підвищення кваліфікації вчителів математичної освітньої галузі за освітньою програмою варіативного модуля «Методика розроблення авторських навчальних програм за вимогами НУШ» для вчителів, які викладають у другому циклі базової середньої освіти (7-9 класи) (група 7, 02.06.2025 – 14.06.2025), а саме:

Морозюк Лариса Петрівна, вчитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №22 Черкаської міської ради Черкаської області;

Мотуз Людмила Іванівна, вчитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів № 25 Черкаської міської ради Черкаської області.

Розділ складається з трьох взаємопов'язаних уроків, а саме:

- Урок 1. Основи торгівельних розрахунків (націнка, знижка, податок (ПДВ), прибуток.)
- Урок 2. Математика в логістиці. Оптимізація маршрутів.
- Урок 3. Статистичні дані в торгівлі. Побудова і читання діаграм.

Кожен урок містить набір методологічних інструментів, які підтримують навчання на основі компетентностей: задачі з реального життя, захопливі вправи, групові заняття, інтерактивні завдання та методи оцінювання.

Модуль «Математика в торгівлі та логістиці» робить акцент на розвитку математичної грамотності, логічного мислення та вміння використовувати математику для розв'язання прикладних задач у торгівлі та логістиці.

Цей навчально-методичний матеріал можна використовувати у рамках спеціалізованої математичної підготовки, залежно від потреб і здібностей учнів конкретного класу.

Вважаємо, що цей матеріал послугує певним фундаментом для змістовного, ефективного та захопливого викладання прикладної математики, який допоможе учням відчувати значимість математики в торгівлі та логістиці.

Цифровий контент доступний на Google Диску та регулярно оновлюватиметься: URL: <https://surl.lj/sl4ouc>

I. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ

Мета розділу «Математика у торгівлі та логістиці» полягає у формуванні в учнів системних знань та практичних навичок застосування математичних методів для вирішення реальних завдань у сфері торгівлі та логістики. Основні аспекти цієї мети:

- надати учням розуміння концептуальних основ торговельних розрахунків, оптимізації логістичних процесів та аналізу статистичних даних, що дозволяє приймати обґрунтовані рішення в сучасному економічному середовищі;
- сприяти розвитку вміння використовувати математичні моделі для оптимізації торговельних та логістичних операцій, зокрема для розрахунків націнки, скидки, податків, побудови оптимальних маршрутів та аналізу ефективності бізнес-процесів;
- формувати практичні компетентності щодо роботи з реальними даними, побудови та інтерпретації діаграм, що є важливою складовою сучасної фінансової та цифрової грамотності;
- розвивати логістичне мислення, здатність до оптимізації матеріальних потоків, оцінки економічної ефективності рішень та набуття навичок самостійної роботи з навчальним матеріалом.

Таким чином, мета розділу — підготувати учнів до практичного використання математичних знань у професійній діяльності, підвищити їх фінансову, економічну та цифрову грамотність та розвинути навички прийняття ефективних рішень у сфері торгівлі та логістики.

Очікувані результати після проходження модуля

Після завершення розділу «Математика в торгівлі та логістиці» учні зможуть:

- ☐ Розраховувати торговельну націнку, знижку, ПДВ, прибуток, визначати валову та чисту ціну товару, аналізувати вплив цих показників на фінансовий результат підприємства.
- ☐ Вести облік витрат і доходів, розуміти структуру фінансових показників у торгівлі та логістиці.
- ☐ Використовувати математичні моделі для оптимізації маршрутів доставки, враховуючи різні критерії (час, відстань, витрати), та визначати оптимальний обсяг постачання залежно від умов транспортування.
- ☐ Організовувати складування і контролювати залишки товарів, застосовувати методи оптимізації запасів для ефективної роботи підприємства.
- ☐ Збирати, аналізувати та інтерпретувати статистичні дані, будувати та читати діаграми, розраховувати середні величини, моду, медіану для аналізу торговельної діяльності.
- ☐ Прогнозувати обсяги продажів на основі статистичних методів, робити обґрунтовані висновки для планування діяльності підприємства.
- ☐ Формувати навички критичного мислення, аналітичного підходу до розв'язання прикладних задач у торгівлі та логістиці, використовувати математичні інструменти для прийняття управлінських рішень.

Ці результати сприятимуть розвитку математичної, економічної та підприємницької компетентностей учнів.

Отже відповідно до Державного стандарту профільної середньої освіти мають бути сформовані такі результати навчання:

Учень/учениця

- досліджує комплексну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1-1];
- інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2-1];
- відображає результати розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема із використанням інформаційних технологій [12 МАО 2.4.1-2];

- оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1];
- оцінює достовірність даних [12 МАО 1.2.2-2];
- подає дані і зв'язки між ними в різних формах [12 МАО 1.2.2-3];
- планує дії та співпрацює у групі для розв'язання комплексних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.3-1].

Реалізація ключових компетентностей під час вивчення розділу «Математика в торгівлі та логістиці» для учнів 10 класу орієнтована на практичне застосування знань.

Математична компетентність

Учень/-ця вміє:

- застосовувати математичні знання і методи до розв'язання практичних задач у торгівлі та логістиці;
- обчислювати прибуток, витрати, податки, ціни продажу, знижки, націнки;
- аналізувати графіки, діаграми, таблиці пов'язані з логістикою та торгівлею;
- використовувати елементи фінансової та статистичної математики для оцінювання ефективності діяльності підприємства.

Інформаційно-цифрова компетентність

Учень/-ця вміє:

- користуватись електронними таблицями (наприклад, таблиця «Excel») та іншими цифровими інструментами для обчислення, моделювання та представлення даних;
- застосовувати логістичні алгоритми в електронних середовищах;
- оцінювати дані та приймати рішення, аналізуючи числову інформацію.

Ініціативність і підприємливість

Учень/-ця вміє:

- розуміти принципи економічного обґрунтування торгових та логістичних рішень;
- обґрунтовувати рішення управління товарообігом, запасами та постачанням;
- моделювати бізнес-ситуації, які пов'язані з логістикою та торгівлею.

Вміння навчатися упродовж життя

Учень/-ця вміє:

- самостійно знаходити рішення до практично орієнтованих задач;
- аналізувати помилки та вдосконалювати розв'язування практичних задач в логістиці та торгівлі;
- оцінювати доцільність застосування математичних методів щодо розв'язання практичних задач в логістиці та торгівлі.

•

II. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ
«Математика в торгівлі та логістиці» (3 год)

№ з / п	Тема	Д а т а	Очікувані результати (результати оцінювання)	Види навчальної діяльності	Наскрізнi змістові лінії, ключові компетентності	П р и мі т к и
1	Основи торгівельних розрахунків. Націнка, знижка, податок (ПДВ), прибуток		Учень (учениця): • досліджує комплексну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1-1]; • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2-1]; • відображає результати розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема із використанням інформаційних технологій [12 МАО 2.4.1-2]; • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1].	Мозковий штурм, дискусії, перегляд відеоматеріалів, розв'язування практичних завдань індивідуально чи в групах.	Наскрізнi змістові лінії: • підприємливість і фінансова грамотність; • здоров'я і безпека (через формування відповідального ставлення до споживання). Ключові компетентності: • математична компетентність; • уміння навчатися впродовж життя; • ініціативність і підприємливість; • інформаційно-цифрова компетентність.	
2	Математика в логістиці. Оптимізація маршрутів		Учень (учениця): • досліджує комплексну проблемну ситуацію, використовуючи	Мінілекція, перегляд відеофрагментів, розв'язування	Наскрізнi змістові лінії: • екологічна безпека та сталий розвиток;	

			різноманітні інформаційні джерела [12 MAO 1.2.1-1]; • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1]; • відображає результати розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема із використанням інформаційних технологій [12 MAO 2.4.1-2]; • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 MAO 4.2.2-1].	практичних задач, проведення вікторини на повторення теорії на платформі LearningApps. Економічна гра «Споживчий кошик Борщ».	• підприємливість і фінансова грамотність. Ключові компетентності: • математична компетентність; • уміння розв'язувати проблеми; • ініціативність і підприємливість; • інформаційно-цифрова компетентність.	
3	Статистичні дані в торгівлі. Побудова і читання діаграм		Учень (учениця): • інтерпретує, аналізує, систематизує дані і зв'язки між ними [12 MAO 1.2.2-1]; • оцінює достовірність даних [12 MAO 1.2.2-2]; • подає дані і зв'язки між ними в різних формах [12 MAO 1.2.2-3]; • планує дії та співпрацює у групі для розв'язання комплексних проблемних ситуацій [12 MAO 2.2.3-1]; • відображає результати	Мінілекція з використанням презентації, короткотривалі та довготривалі проекти, розв'язування практичних задач, підсумковий тест «Прикладні задачі».	Наскрізнні змістові лінії: • підприємливість і фінансова грамотність; • громадянська відповідальність; • екологічна безпека та сталий розвиток. Ключові компетентності: • математична компетентність; • уміння навчатися впродовж життя; • соціальна та громадянська компетентність;	

			розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема із використанням інформаційних технологій [12 МАО 2.4.1-2]; • оперує математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2-1].		• ініціативність і підприємливість; • уміння працювати в команді.	
--	--	--	---	--	--	--

III. МЕТОДИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ДО ВИДІВ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Урок 1. Основи торговельних розрахунків (націнка, знижка, податок (ПДВ), прибуток)

Урок варто розпочати з актуалізації знання учнів, пов'язаних з торговельними операціями у повсякденному житті: кількість, ціна, вартість, знижки, порівняння цін тощо. Для зацікавлення учнів вчитель має представити змодельовану або реальну проблемну ситуацію, яка вимагає застосування математичних понять, таких як розрахунок витрат, прибутку або знижок. Це сприяє мотивації учнів й підкреслює практичну актуальність теми.

Пропонується підготувати дані, наприклад, ціни на товари в магазині, ставки знижок і показники продажів. Це слугуватиме основою для практичних розрахунків та аналізу. Акцент варто зробити на таких ключових поняттях, як відсоток, пропорційність, ціна та норма прибутку.

Рекомендується парна або групова робота учнів на уроці для спільного розв'язання проблем через обговорення. Вчитель може використовувати наочні посібники, зокрема, таблиці, квитанції, прайс-листи для ілюстрації математичних застосувань у торгівлі. Варто звернути увагу на розвиток в учнів фінансової грамотності й критичного мислення в контексті аналізу стратегій заощадження грошей або максимізації прибутку в комерційних ситуаціях.

Також урок включає інтерактивні вправи та питання, що стимулюють роздуми про роль математики у прийнятті обґрунтованих споживчих рішень.

Мотиваційні запитання

Загальні запитання

1. Скільки коштує зберігання овочів на складі щодня?

➤ Це залежить від оренди, електроенергії, втрат товару — від 1 до 10 грн/тонну на день.

2. Як супермаркет вирішує, скільки картоплі замовити?

➤ За попередніми продажами, прогнозами попиту та сезонністю.

Практичне осмислення

3. Як дізнатись, чи магазин прибутковий?

➤ Порахувати: дохід – витрати = прибуток.

4. Що дорожче: надлишок чи нестача?

➤ Нестача — це втрата клієнтів і доходу. Надлишок — це втрати на зберіганні. Все залежить від ситуації.

Для дискусій

5. Якщо ви керуєте супермаркетом — які моделі використовуєте?

➤ Прогноз попиту, EOQ, ABC-аналіз, точки беззбитковості.

6. Є 100 000 грн і 5 постачальників. Як прийняти рішення для співробітництва?

➤ Порівняти ціну, якість, строки доставки, відгуки — і скласти матрицю порівняння.

Теоретична частина

Торгівля та логістика в математиці є галуззю прикладної математики, яка об'єднує моделі, методи й розрахунки, які, у свою чергу, допомагають досить ефективно здійснювати логістичні та торговельні операції.

Основні економічні поняття

- **Ціна** — вартість однієї одиниці товару або послуги.
- **Кількість** — число одиниць товару.
- **Вартість** — сума грошей, отримана від продажу товару
- **Собівартість** — витрати на виробництво або закупівлю товару.
- **Прибуток** — різниця між доходом і витратами
- **Рентабельність** — ефективність витрат, виражена у відсотках

Відсотки в торгівлі

- **Знижка** — зменшення ціни на певний відсоток:
- **ПДВ (податок на додану вартість)** — податок, що нараховується на товар
- **Націнка** — збільшення собівартості для визначення роздрібною ціни.

Ключові напрямки:

Математичні методи в торгівельній діяльності використовуються для:

- Обчислення доходу, прибутку, податків та витрат
- Установлення ціни зі знижкою або націнкою
- Формування плану обсягів продажу, ретельне дослідження ринку
- Експертиза фінансової ефективності бізнесу (наприклад, рентабельність вкладів)

Формули, які застосовуються:

- Собівартість + Націнка = Ціна продажу
- Дохід – Собівартість = Валовий прибуток
- Вартість · Ставка податку = Податок

Валова та чиста ціна товару

Валова ціна — це загальна сума, яку платить покупець.

Чиста ціна — це частина валової ціни без податків або додаткових націнок.

Приклад:

У магазині телефон коштує **12 000 грн** з ПДВ.

Це **валова ціна**.

Якщо ПДВ — 20%, то ПДВ становить: $12\,000 \text{ грн} \times 20\% = 2\,000 \text{ грн}$

Чиста ціна (без ПДВ) = $12\,000 \text{ грн} - 2\,000 \text{ грн} = 10\,000 \text{ грн}$

Облік витрат і доходу

Це коли підприємство веде облік:

Доходу — що заробили (наприклад, від продажу товарів).

Витрат — що витратили (наприклад, на зарплати, сировину, оренду).

Приклад:

Кав'ярня за місяць:

Доходи: 100 000 грн (від продажу кави та десертів).

Витрати:

- зарплати — 30 000 грн
- оренда — 15 000 грн
- продукти — 25 000 грн
- реклама — 5 000 грн

Разом витрати: **75 000 грн**

Чистий прибуток = $100\,000 - 75\,000 = 25\,000 \text{ грн}$

Висновок:

Валова ціна — це вся сума, яку платить покупець.

Чиста ціна — це сума без податків.

Облік витрат і доходу — це підрахунок, скільки заробили і скільки витратили, щоб знати прибуток

Відеоурок та презентація до теми



Відеоурок «Математика та логістика. Поняття та основні задачі логістики. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=XuNqApsNJb8>



Математика в торгівлі та логістиці (презентація). URL: <https://surli.cc/vyyiuo>

Приклади тренувальних вправ

Задача 1. Знижка і націнка

Магазин закупив партію товару по 320 грн за одиницю. Щоб отримати прибуток, встановили націнку 25%. Після свят зробили знижку 15%.

Скільки коштує товар після знижки?

Розв'язання:

- Ціна після націнки: $320 \times 1.25 = 400$ грн.
- Ціна після знижки: $400 \times 0.85 = \mathbf{340}$ грн

Задача 2. Мішана закупівля

Закуплено 10 кг товару А по 120 грн/кг і 15 кг товару В по 80 грн/кг. Яка **середня** ціна 1 кг суміші?

Розв'язок:

- Загальна сума: $10 \times 120 + 15 \times 80 = 1200 + 1200 = 2400$ грн
- Загальна маса: 25 кг
- Середня ціна: $2400 / 25 = \mathbf{96}$ грн/кг

Задача 3. ПДВ у зовнішній торгівлі

Підприємство імпортує товар на суму \$5200. Курс долара — 39.6 грн. Ставка ПДВ — 20%.

Скільки підприємство заплатить загалом у гривнях?

Розв'язок:

Без ПДВ: $5200 \times 39.6 = 205\,920$ грн

ПДВ: $205\,920 \times 0.2 = 41\,184$ грн

Разом: 247 104 грн

Задача 4. Виробництво і прибуток

- Завод виготовляє 2 види продукції:
- Тип Х: прибуток 15 грн, потребує 2 год.
- Тип Y: прибуток 20 грн, потребує 3 год.

Є 60 годин на виробництво. Скільки виробів кожного типу виготовити для найбільшого прибутку?

Розв'язання:

Лінійне програмування:

$$2x + 3y \leq 60$$

Максимізуємо: $15x + 20y$

Аналіз можливих комбінацій:

$$x = 15, y = 0 \rightarrow 15 \times 15 = 225 \text{ грн}$$

$$x = 0, y = 20 \rightarrow 20 \times 3 = 60 \rightarrow \text{не підходить}$$

$$x = 12, y = 4 \rightarrow 2 \times 12 + 3 \times 4 = 24 + 12 = 60 \rightarrow \text{прибуток: } 15 \times 12 + 20 \times 4 = 260 \text{ грн}$$

Задача 5. Змішані ціни і прибуток

Магазин продає набір з 3 товарів: А (100 грн), В (150 грн), С (200 грн).

Закупка: А — 60 грн, В — 90 грн, С — 120 грн.

Вартість набору для покупця — 400 грн.

Який прибуток магазину з одного набору?

Розв'язання:

$$\text{Собівартість: } 60 + 90 + 120 = 270 \text{ грн}$$

$$\text{Прибуток: } 400 - 270 = 130 \text{ грн}$$

Задача 6. Інтернет-магазин продає комп'ютер за 18 000 грн, включаючи ПДВ (20%).

Обчисли:

1. Чисту ціну товару (без ПДВ).
2. Суму ПДВ, яка входить до вартості.
3. Якщо магазин продає 5 таких комп'ютерів, яку загальну суму ПДВ він

перерахує до бюджету?

Розв'язання:

1. Знайдемо чисту ціну товару.
Ціна з ПДВ = 18 000 грн
ПДВ = 20%, тобто 1,2 від чистої ціни.
Нехай x — чиста ціна. Тоді: $x \cdot 1,2 = 18\,000 \Rightarrow x = 18\,000 : 1,2 = 15\,000$ грн
2. Сума ПДВ:
 $18\,000 - 15\,000 = 3\,000$ грн.
3. Загальна сума ПДВ за 5 комп'ютерів:
 $3\,000 \times 5 = 15\,000$ грн
4. Пекарня протягом місяця отримала дохід у 120 000 грн. За цей час були такі витрати:

Задача 7 «Прибуток пекарні»

Закупівля борошна та інгредієнтів — 35 000 грн

Зарплата працівникам — 40 000 грн

Оренда приміщення — 15 000 грн

Реклама та упаковка — 10 000 грн

1. Обчисли загальні витрати пекарні.
2. Обчисли чистий прибуток підприємства за місяць.
3. Скільки відсотків від доходу становлять витрати?

Розв'язання:

1. Загальні витрати:

$$35\,000 + 40\,000 + 15\,000 + 10\,000 = 100\,000 \text{ грн}$$

2. Чистий прибуток:

Дохід–Витрати=120 000–100 000=20 000 грн

3. Частка витрат у доході (у відсотках):

$(100\,000 : 120\,000) \cdot 100\% = 83,33\%$

Урок 2. Математика в логістиці. Оптимізація маршрутів.

Початок цього уроку варто розпочати з повторення понять «швидкість», «час» та «відстань». І зробити це через знайомі реальні ситуації, наприклад: служба доставки «Glovo» або «Нова пошта». Варто розглянути проблемну ситуацію для створення навчального контексту, в якому математичні інструменти необхідні для планування й оптимізації процесів, таких як планування маршрутів, складання графіків, оцінка витрат, розподіл обсягу та ваги.

Пропонуємо використовувати маршрутні карти з доставки товару, графіки транспортування, інвентарні списки для допомоги учням чітко уявити логістичні завдання та значення математики у вирішенні цих питань. Потрібно дослідити основні математичні поняття, такі як одиниці вимірювання, залежність між швидкістю, часом та відстанню, розрахунки площі та об'єму, а також стратегії оптимізації щодо часу або витрат.

Цей урок передбачає групову або парну роботу, яка є важливою для обговорення логістичних проблем і спільного пропонування рішень. Наявність на уроці інтерактивних вправ з використанням діаграм, маршрутних карт, таблиць допоможуть учням використовувати математичні міркування для розв'язання логістичних завдань.

Слід приділяти особливу увагу розвитку стратегічного мислення й здібностей учнів стосовно обґрунтування ними своїх рішень та оцінки ефективності різних логістичних варіантів.

Крім того, цей урок має висвітлювати важливу роль логістики в різних галузях промисловості, а також те, як математика підтримує ефективне прийняття рішень у логістиці.

Загальні мотиваційні запитання

1. **Що станеться, якщо постачальник запізниться?**
➤ Втрати продажу, зіпсований імідж, штрафи від покупців.
2. **Як передбачити попит на новий товар?**
➤ Через аналіз схожих товарів, опитування, ринок-аналог.
3. **Чому іноді вигідніше замовити більше?**
➤ Знижка за обсяг + менші витрати на замовлення/одиницю.

Практичне осмислення

4. **Чи можна без математики в логістиці?**
➤ Ні, бо все тримається на розрахунках: запаси, маршрути, час, вартість.
5. **Як впливає затор, погода, черги на вартість доставки?**
➤ Підвищують її: більше часу — більше витрат на паливо, зарплати.
6. **Оренда складу: центр чи околиця?**
➤ В центрі — дорожче, але ближче до клієнтів. Треба рахувати вигоду з урахуванням логістики.

Для дискусій

7. **Чому одні магазини мають свіжі овочі, а інші — ні?**
➤ Краща логістика, облік, співпраця з постачальниками.
8. **Роль аналітики в торгівлі?**
➤ Дає розуміння, що продавати, скільки і коли.
9. **Як зробити доставку швидшою і дешевшою?**
➤ Оптимізувати маршрут, планувати заздалегідь, уникати пікових годин.

Теоретична частина

Логістика

- **Маса вантажу:** Загальна маса = Кількість × Маса одиниці
- **Об'єм вантажу:** Загальний об'єм = Кількість × Об'єм одиниці

Математичні методи в логістиці використовуються при:

- Виборі маршрутів доставки (наприклад: транспортна задача та задача комівояжера).
- Управлінні запасами (моделі EOQ (формула) та Just-in-time (підхід)).
- Формування плану виробництва та складського зберігання.
- Обчислення логістичних витрат.

Популярні моделі у сфері торгівлі та логістики:

- Лінійне програмування – мінімізація витрат або максимізація прибутку.
- Мережеві графіки – розрахунки маршрутів (наприклад, алгоритм Е. Дейкстри).
- Транспортна задача – ефективізація перевезення товарів із пунктів відправлення до складів.

Фактори, що впливають на обсяг постачання товарів:

1. Тип транспорту

Швидкість, вантажність, вартість. *Наприклад:* фура перевезе більше, ніж легковик, але коштує дорожче.

2. Характеристики товару

Розмір, вага, термін зберігання. *Наприклад:* хліб треба постачати частіше, ніж цукор, бо він швидко псується.

3. Природні та погодні умови

Дощ, сніг, ожеледь можуть сповільнити доставку або зробити її неможливою. *Приклад:* у снігопад доставка в село може затриматися.

Методи розрахунку оптимального обсягу постачання:

Мета — зменшити витрати і уникнути перебоїв у роботі підприємства.

Основні принципи:

- Враховують, скільки товару продається за день/тиждень.
- Аналізують попит (що і скільки купують).
- Визначають запаси, які повинні бути на складі (щоб не було нестачі або надлишку).

Наприклад: якщо магазин продає 100 літрів молока на тиждень, і термін зберігання — 7 днів, то краще замовляти 100 літрів щотижня.

Складування та контроль залишків:

1. Складування — це правильне розміщення товарів на складі для зручного доступу, збереження якості та безпеки.

2. Контроль залишків — це регулярна перевірка, скільки товару є на складі.

Навіщо це потрібно:

- Щоб вчасно замовляти новий товар.
- Щоб не псувалися товари з коротким терміном.
- Щоб уникати надлишків (бо це — зайві витрати).

Короткий підсумок :

Обсяг постачання залежить від транспорту, товару й погоди. Потрібно правильно розраховувати, скільки і коли замовляти, щоб не було простоїв і перевитрат. Для цього важливо вести облік товарів на складі та перевіряти залишки.

Рекомендовані відео та вікторина

	Як оптимізувати маршрут, щоб встигнути все? URL: https://www.youtube.com/watch?v=2yiYxc60JQQ
	Вікторина. URL: https://learningapps.org/view41145584

Приклади тренувальних вправ

1. Вибір вигіднішого постачальника

Два постачальники пропонують доставку 100 кг товару:

- Перший: 10 грн/км + 200 грн за навантаження.
- Другий: фіксована ставка 1000 грн, незалежно від відстані.

Відстань — 60 км. Якого постачальника обрати?

Розв'язання:

- Перший: $10 \times 60 + 200 = 800$ грн.
- Другий: 1000 грн.

Перший дешевший

2. Оптимальна логістика

Фермер має дві вантажівки:

- Вантажівка А перевозить 2 т товару за 5 год.
- Вантажівка В — 3 т за 6 год.

Скільки тонн доставлять обидві за 12 годин?

Розв'язання:

- А: $12 / 5 = 2.4$ циклів $\rightarrow 2.4 \times 2 = 4,8$ т
- В: $12 / 6 = 2$ цикли $\rightarrow 2 \times 3 = 6$ т

Разом: 10,8 тонн

3. Складування товару

Складування коштує 15 грн за 1 м³ на день. Скільки коштує зберігання партії з 80 ящиків, кожен об'ємом 0.25 м³, за 10 днів?

Розв'язання:

- Загальний об'єм: $80 \times 0.25 = 20$ м³
- Загальна вартість: $20 \times 15 \times 10 = 3000$ грн

4. Витрати на паливо

Логіст планує рейс 340 км. Авто споживає 10 л/100 км, дизель — 58 грн/л.

Скільки коштує паливо?

Розв'язання:

- Витрати пального: $340 \div 100 \times 10 = 34$ л
- Вартість: $34 \times 58 = 1972$ грн

5. Складування з обмеженнями

Склад має обмеження: 80 м³ і 1000 кг максимально. Є ящики:

- Тип А: 0.5 м³ і 20 кг
- Тип В: 0.8 м³ і 40 кг

Скільки максимум ящиків кожного типу можна завантажити, якщо загальна кількість — 120 шт?

Розв'язання (система нерівностей):

- $0.5x + 0.8y \leq 80$
- $20x + 40y \leq 1000$
- $x + y \leq 120$

Розв'язується графічно або лінійним програмуванням. Один з можливих варіантів:

$x = 80, y = 40$

6. Вантажне планування

Є 2 вантажівки:

- А: везе 3 т за 4 год.
- В: 5 т за 6 год.

Скільки тонн можна перевезти обома за 24 год, якщо час на завантаження між рейсами — 1 год?

Розв'язок:

- А: 1 рейс = 5 год $\rightarrow 24/5 = 4.8 \rightarrow 4$ повних рейси $\rightarrow 4 \times 3 = 12$ т
- В: 1 рейс = 7 год $\rightarrow 24/7 = 3.4 \rightarrow 3$ рейси $\rightarrow 3 \times 5 = 15$ т

Разом: **27 т**

Економічна гра «Споживчий кошик Борщ»

Завдання: Оптимізація виробництва та логістики в сучасних реаліях

Ви — власник невеликого підприємства з виробництва готового борщу. Ваше завдання — максимально збільшити прибуток, враховуючи поточні ціни на інгредієнти, витрати на логістику та попит на ринку.

Мета гри: Зробити найвигідніший «споживчий кошик борщу», тобто визначити оптимальну кількість кожної партії борщу для виробництва та продажу, враховуючи актуальні ціни постачальників, транспортні витрати та поточні ціни реалізації.

Умови:

1. **Інгредієнти:** Для приготування однієї порції борщу вам потрібні наступні інгредієнти та їхня ціна у постачальників (орієнтовні ціни на червень 2025 року в Україні):

- **Картопля:** 500 г (ціна за 1 кг = 20 грн)
- **Буряк:** 300 г (ціна за 1 кг = 15 грн)
- **Морква:** 200 г (ціна за 1 кг = 25 грн)
- **Капуста:** 400 г (ціна за 1 кг = 30 грн)
- **М'ясо (свинина):** 250 г (ціна за 1 кг = 180 грн)
- **Цибуля:** 100 г (ціна за 1 кг = 18 грн)

- **Олія соняшникова:** 50 мл (ціна за 1 л = 65 грн)
 - **Томатна паста:** 50 г (ціна за 1 кг = 80 грн)
2. **Виробничі витрати:**
Вартість приготування однієї порції (вода, газ, електроенергія, зарплата кухаря): **25 грн.**
 3. **Логістика:**
 - Вартість доставки **всіх** інгредієнтів від постачальника на ваш склад: **150 грн** за одну партію замовлення (незалежно від обсягу, але в межах розумного).
 - Вартість доставки **готової продукції** до торгових точок: **8 грн** за кожну доставлену порцію борщу.
 4. **Попит та ціна продажу:**
 - Прогнозований попит на борщ: **550 порцій на тиждень.**
 - Середня ціна продажу однієї порції борщу: **95 грн.**
 5. **Обмеження:**
 - Максимальна потужність виробництва: **650 порцій на тиждень.**
 - Термін придатності готового борщу: **3 дні.**

Розрахункове завдання:

1. **Розрахуйте собівартість однієї порції борщу**, враховуючи вартість інгредієнтів та виробничі витрати.
2. **Визначте оптимальну кількість порцій борщу для виробництва на тиждень**, щоб максимізувати прибуток, враховуючи всі витрати (інгредієнти, виробництво, логістика) та попит.
3. **Розрахуйте загальний тижневий прибуток** за обраного вами оптимального обсягу виробництва.
4. **Запропонуйте, які статистичні показники** (окрім зазначених) ви б ще враховували для подальшої оптимізації виробництва та логістики в реальних умовах (наприклад, сезонність, конкуренція, відгуки споживачів, ціни на пальне, інфляція тощо).

Урок № 3. Статистичні дані в торгівлі. Побудова і читання діаграм.

На заключному уроці модуля «Математика в торгівлі та логістиці» учні вчаться збирати статистичні дані про продажі, витрати, запаси, будувати та інтерпретувати діаграми (стовпчикові, кругові, лінійні) для аналізу торгівельної діяльності. Пригадують, основні статистичні показники: середнє арифметичне, мода, медіана, їх застосування для аналізу торгівельних даних і прийняття управлінських рішень. На цьому етапі учні застосовують математичні інструменти та міркування для розв'язання інтегрованих завдань, що відображають реальні життєві ситуації в торгівлі та логістиці.

Рекомендується організувати урок у форматі прикладного вирішення проблем та аналітичної дискусії. Учні можуть працювати індивідуально, у парах або в групах для вирішення практичних завдань, пов'язаних з розрахунком витрат, прибутку, часу доставки або ефективності маршруту.

Важливим компонентом цього уроку є учнівські презентації, мініпроекти, де останні пояснюють свої підходи, обґрунтовують свої рішення та розмірковують над використаними математичними методами. Це сприяє розвитку комунікації, критичного мислення та навичок аргументації.

Підсумковий урок також надає можливість для формувальної оцінки через спостереження, зворотний зв'язок від учнів класу та самооцінку. Це допомагає вчителю визначити рівень розуміння та готовності учнів використовувати математичні знання в практичному контексті.

Цей урок завершує модуль № 8 «Математика в торгівлі та логістиці» та підкреслює цінність математики як інструменту для прийняття обґрунтованих рішень у повсякденному житті та професійних сферах – торгівлі та логістиці.

Теоретичний матеріал: Статистичні дані в торгівлі

1. Статистичні дані — це числові відомості, що відображають кількісні характеристики торгової діяльності. Їх використовують для:

- оцінки ефективності торгівлі;
- аналізу продажів;
- вивчення попиту;
- планування закупівель і логістики.

Джерела статистичних даних у торгівлі:

- зовнішні статистичні служби. звіти про продажі;
- клієнтські бази;
- онлайн-аналітика (наприклад, Google Analytics, CRM);
- маркетингові дослідження;

2. Діаграми

Для візуалізації даних, що допомагають швидко зрозуміти тенденції, порівняння та зміни використовують діаграми

Основні типи діаграм у торгівлі:

- *Стовпчаста*
Використовується для порівняння обсягів продажів за періодами або між товарами.
- *Лінійна*
Показує динаміку зміни продажів у часі.
- *Кругова*
Відображає структуру (наприклад, частка кожного товару у загальних продажах).
- *Гістограма*

Аналізує розподіл даних, наприклад, кількість покупок у різних цінових категоріях.

3. Середні величини, мода, медіана

Ці статистичні показники допомагають узагальнювати дані про продажі або поведінку клієнтів.

Середнє арифметичне (mean)

- Обчислюється як сума всіх значень, поділена на їх кількість.
- Наприклад, середній дохід від одного чека.
- Приклад: Суми покупок: 100, 150, 200, 250

Середнє: $(100 + 150 + 200 + 250) / 4 = 175$

Мода (mode)

- Найчастіше зустрічаючися значення.
- У торгівлі — найпопулярніший товар або тип покупця.
- Приклад: Продані розміри взуття: 38, 39, 39, 40

Мода = 39

Медіана (median)

- Середнє значення в упорядкованому ряду.
- Менш чутлива до викидів (наприклад, однієї дуже великої покупки).
- Приклад: Продажі: 50, 100, 150 → медіана = 100

(при непарній кількості — середнє значення; при парній — середнє з двох середніх)

4. Прогнозування продажів

- Прогнозування — це процес передбачення майбутніх обсягів продажів на основі наявних даних.
- Методи прогнозування:
- Трендовий аналіз

Вивчається динаміка продажів за попередні періоди (лінійне або експоненційне зростання).

- Сезонне прогнозування

Враховується повторюваність подій (свята, сезонність).

- Коефіцієнтні методи

Аналізуються зовнішні фактори (економіка, конкуренція, маркетинг).

- Прогнозування за допомогою програм

Excel, Google Sheets, CRM-системи, спеціалізовані аналітичні платформи (Power BI, Tableau, Python-моделі).

- Приклад прогнозу:
- Якщо щомісячні продажі зростають у середньому на 10%, і в травні вони були 50 000 грн, то прогноз на червень: $50\,000 \times 1.10 = 55\,000$ грн

Висновок:

Збір, аналіз і візуалізація статистичних даних дозволяють торгівлі:

- краще розуміти ринок і покупців;
- приймати обґрунтовані рішення
- прогнозувати розвиток;
- оптимізувати запаси й асортимент;
- збільшувати прибутковість.

Геометричні та алгебраїчні навички

- Робота з відсотками, десятковими дробами.
- Складання рівнянь і нерівностей.
- Побудова графіків лінійних функцій (для оптимізації).
- Порівняння варіантів, аналіз табличних даних.

- Оцінка вигідності пропозиції.

М'які навички (Soft Skills), які тренуються через задачі:

- **Критичне мислення** — оцінка вигідних/невигідних рішень.
- **Фінансова грамотність** — розуміння знижок, податків, валют.
- **Планування та логістика** — розподіл часу, ресурсу, бюджету.
- **Комунікація** — аргументація вибору в реальному житті.

Програми та ресурси

- Excel – фінансове моделювання та створення таблиць
- MATLAB / Python – складання логістичної оптимізації
- Wolfram Alpha / GeoGebra – діаграми та обчислення

Теми учнівських проєктів:

1. Оптимізація маршрутів доставки

Мета: Розробити оптимальний маршрут доставки товарів для уявного або реального малого бізнесу (наприклад, доставка піци, квітів, або інтернет-магазину).

Очікувані результати:

- о Створена **карта маршруту**, що мінімізує час або відстань доставки.
- о **Розрахунок економії** (часу, пального) порівняно з неоптимізованим маршрутом.
- о Презентація інструментів (наприклад, Google Maps, онлайн-оптимізатори маршрутів) та математичних методів (наприклад, задача комівояжера, алгоритми найкоротшого шляху), використаних для оптимізації.
- о Можливе створення простої моделі в електронних таблицях для розрахунків.

2. Математичне моделювання ціноутворення та знижок

Мета: Дослідити, як математичні моделі використовуються для встановлення цін та надання знижок з метою максимізації прибутку або збільшення обсягів продажів.

Очікувані результати:

Аналіз різних стратегій ціноутворення (наприклад, динамічне ціноутворення, ціноутворення на основі витрат, ціноутворення на основі попиту).

Математичні розрахунки для обґрунтування розмірів знижок або акційних пропозицій.

Приклад моделі, що показує вплив зміни ціни на обсяг продажів та прибуток (можна використати прості лінійні або нелінійні залежності).

Визначення «оптимальної» ціни або розміру знижки для певного товару.

3. Прогнозування попиту на товари

Мета: Розробити простий метод прогнозування попиту на певний товар або категорію товарів для магазину або оптової компанії.

Очікувані результати:

- о Збір та **аналіз даних про продажі** за певний період (можна використати уявні дані або відкриті джерела).
- о Застосування **математичних методів прогнозування** (наприклад, рухоме середнє, експоненційне згладжування, лінійна регресія).
- о Побудова **графіків прогнозованого попиту** та порівняння з фактичними даними (якщо є).
- о Обґрунтування, як точне прогнозування попиту допомагає зменшити надлишки товару та уникнути дефіциту.

4. Управління запасами на складі

Мета: Дослідити, як математика допомагає ефективно управляти запасами на складі, щоб мінімізувати витрати на зберігання та ризик нестачі товару.

Очікувані результати:

- о **Розрахунок оптимального розміру замовлення** (EOQ - Economic Order Quantity) для одного або кількох товарів.
- о Визначення **точки повторного замовлення** (reorder point).
- о Аналіз витрат, пов'язаних із зберіганням, замовленням та дефіцитом товару.
- о Презентація переваг ефективного управління запасами (зменшення витрат, підвищення рівня обслуговування клієнтів)

5. Аналіз даних про продажі та поведінку споживачів

Мета: Застосувати математичні та статистичні методи для аналізу даних про продажі з метою виявлення закономірностей та тенденцій у поведінці споживачів.

Очікувані результати:

- о Збір та **візуалізація даних** (графіки, діаграми) про продажі (наприклад, за часом доби, днями тижня, місяцями).
- о Виявлення **кореляцій** між різними факторами (наприклад, погода та продажі напоїв, рекламні акції та обсяги продажів).
- о Визначення **найбільш популярних товарів** або товарних груп.
- о Формулювання **рекомендацій** для бізнесу на основі отриманих даних (наприклад, щодо часу проведення акцій, асортименту).

6. Вплив міжнародної торгівлі на споживчі ціни в магазинах

7. Скільки коштує доставити товар?

8. Власний мінімагазин: ціна, прибуток, логістика

Мініпроект: «Власний мінімагазин: ціна, прибуток, логістика»

Тривалість: 1 урок (45 хв)

Форма роботи: Робота в малих групах (по 3–4 учні)

Мета: Навчити учнів застосовувати знання з економіки для створення умовного бізнесу з урахуванням ціноутворення, прибутковості та логістичних рішень.

Завдання для групи:

Уявіть, що ви відкриваєте свій мінімагазин (продуктовий, канцелярський або інший на вибір). Вам потрібно:

1. Обрати 3 товари для продажу.
2. Визначити:
 - о Собівартість кожного товару
 - о Націнку (прибуток)
 - о Ціну з ПДВ (20%)
3. Обчислити прибуток за тиждень, якщо продано:
 - о Товар 1 — 20 шт
 - о Товар 2 — 15 шт
 - о Товар 3 — 10 шт
4. Придумати спосіб доставки (логістику):
 - о Тип транспорту
 - о Частота постачання
 - о Витрати на доставку
5. Презентувати результати (усно + короткий постер або таблиця).

Форма презентації:

Формат А3/А4 (на ватмані або аркуші) — таблиця або схема:

- о Назва магазину
- о Таблиця з товарами, цінами, прибутком
- о Коротка інформація про доставку
- о Логотип або малюнок (за бажанням)

Критерії оцінювання (12 балів):

Критерій	Балів
Обґрунтований вибір товарів	2
Правильні розрахунки цін та ПДВ	3
Обчислення прибутку	2
Обґрунтований вибір логістики	2
Якість і чіткість презентації	2
Креативність / естетика постера	1

Розподіл часу:

- 5 хв – пояснення завдання
- 25 хв – робота в групах
- 15 хв – презентація та обговорення

Мініпроект: Оптимізація маршрутів доставки морозива (довготривалий)**Мета проекту:**

Дослідити та застосувати математичні методи для оптимізації маршрутів доставки морозива, зменшуючи час у дорозі та витрати пального.

Завдання проекту:

1. **Визначення проблеми:** Зрозуміти, чому оптимізація маршрутів є важливою для бізнесу доставки морозива.
2. **Збір даних:** Створити гіпотетичний набір даних (назви точок доставки, відстані між ними).
3. **Вибір методів оптимізації:** Дослідити прості алгоритми (наприклад, метод найближчого сусіда, повний перебір для малої кількості точок) або концепції (наприклад, задача комівояжера).
4. **Практична реалізація:** Застосувати обраний метод для "побудови" оптимального маршруту на своїх даних.
5. **Аналіз результатів:** Оцінити, наскільки "оптимізований" маршрут кращий за випадковий або неефективний.
6. **Презентація:** Представити результати проекту.

Необхідні матеріали:

- Ручка, папір або електронні таблиці (Excel, Google Sheets).
- Доступ до інтернету для дослідження.
- Додатково: карта міста (якщо хочете візуалізувати маршрут).

Етапи виконання проекту:

1. **Підготовчий етап :**
 - о Об'єднайтеся в групи (2-3 учні).
 - о Проведіть мозковий штурм: які є точки доставки морозива у вашому уявному місті? Придумайте 5-7 таких точок (наприклад, «Школа», «Парк», «Житловий масив А», «Магазин Б», «Спортивний комплекс»).
 - о Задайте початкову точку відправлення (наприклад, "Фабрика морозива").
 - о Створіть таблицю або матрицю відстаней між усіма точками (можна використовувати реальні відстані з карти або вигадати їх, але вони повинні бути логічними – наприклад, від А до В така ж відстань, як від В до А).
2. **Дослідницький етап :**

Індивідуально або в групі: Дослідіть в інтернеті, що таке «задача комівояжера» (Travelling Salesperson Problem - TSP) та які існують прості методи її вирішення. Зверніть увагу на:

Повний перебір: Як працює, коли його можна використовувати?

Метод найближчого сусіда: Як працює, які його переваги та недоліки?

Виберіть один або два методи, які ви будете застосовувати у своєму проєкті. Обґрунтуйте свій вибір.

3. Практичний етап :

Застосування методу: Використайте обраний вами метод для побудови "оптимального" маршруту для ваших 5-7 точок доставки.

- Запишіть послідовність точок у вашому маршруті.
- Розрахуйте загальну довжину маршруту.

Порівняння:

- Складіть 2-3 "випадкових" або "неефективних" маршрути для тих самих точок.
- Розрахуйте їх загальну довжину.
- Порівняйте довжину "оптимізованого" маршруту з "неефективними". Наскільки велика різниця?

4. Аналітичний етап :

- Проаналізуйте свої результати. Що ви помітили?
- Чи дійсно ваш метод дав оптимальний маршрут? Чому так/ні?
- Які можуть бути обмеження у вашому методі?
- Як би ви могли покращити свої розрахунки або застосувати більш складні методи, якби мали більше часу/ресурсів?
- Оцініть потенційну економію часу та коштів для уявної фабрики морозива завдяки вашому оптимізованому маршруту (наприклад, якщо 1 км коштує X гривень на паливо).

5. Презентаційний етап :

Підготуйте коротку презентацію (5-7 хвилин) результатів вашого проєкту. Це може бути презентація в PowerPoint, плакат, або просто усний виступ з демонстрацією розрахунків.

Обов'язково включіть:

- Назву проєкту та імена учасників.
- Опис проблеми.
- Ваші гіпотетичні точки доставки та матрицю відстаней.
- Обраний метод оптимізації та його опис.
- Ваш "оптимізований" маршрут та його довжина.
- Порівняння з "неефективними" маршрутами.
- Висновки та можливі шляхи подальшого вдосконалення.

Критерії оцінювання (12 балів):

1. Розуміння та постановка проблеми (2 бали):

- **0-1 бал:** Поверхневе розуміння важливості оптимізації. Нечітко сформульовані точки доставки та початкова точка.
- **2 бали:** Чітке та глибоке розуміння важливості оптимізації маршрутів для бізнесу. Логічно визначені та описані всі точки доставки та початкова точка.

2. Збір та організація даних (2 бали):

- **0-1 бал:** Таблиця відстаней містить помилки, або вона неповна. Відстані не завжди логічні.
- **2 бали:** Таблиця (матриця) відстаней між точками складена правильно, логічно та без помилок.

3. Вибір та обґрунтування методу оптимізації (3 бали):

- **0-1 бал:** Метод обрано без обґрунтування, або обґрунтування непереконливе. Є непорозуміння щодо принципу роботи методу.
- **2 бали:** Метод обрано та частково обґрунтовано. Зрозумілий загальний принцип роботи методу.
- **3 бали:** Обрано відповідний метод оптимізації, його принцип роботи детально пояснено, та вибір чітко обґрунтований з посиланням на переваги та недоліки для даного випадку.

4. Практична реалізація та розрахунки (3 бали):

- **0-1 бал:** Застосування методу містить значні помилки. Розрахунки неточні або відсутні. Порівняння маршрутів відсутнє або неправильне.
- **2 бали:** Метод застосовано з невеликими помилками. Розрахунки в основному правильні. Порівняння маршрутів присутнє, але неповне.
- **3 бали:** Метод оптимізації застосовано правильно, всі розрахунки виконані точно та без помилок. Чітко продемонстровано як "оптимізований" маршрут кращий за "неефективні".

5. Аналіз результатів та висновки (2 бали):

- **0-1 бал:** Аналіз відсутній або поверхневий. Висновки нечіткі або не підкріплені даними. Немає пропозицій щодо подальшого вдосконалення.
- **2 бали:** Глибокий та змістовний аналіз отриманих результатів. Чіткі та логічні висновки. Виявлено обмеження використаного методу та запропоновані реалістичні шляхи для подальшого вдосконалення або більш складних підходів. Розраховано потенційну економію.

	Статистика в торгівлі: Основні поняття та застосування (презентація). URL: https://surli.cc/frpzyh
	Тест «Прикладні задачі». URL: https://naurok.com.ua/test/prikladni-zadachi-3461802.html

Приклади тренувальних вправ

1. Маркетинг і ціноутворення

Супермаркет планує зробити знижку 20% на яблука, щоб підвищити продажі. Якщо ціна зараз — 50 грн/кг, а витрати на закупку — 30 грн/кг, чи буде прибуток?

Розв'язання:

Нова ціна: $50 \times 0.8 = 40$ грн.

Прибуток: $40 - 30 = 10$ грн/кг, отже **прибуток залишається**.

2. Курс валют у зовнішній торгівлі

Підприємець імпортує товар за 200 євро. Курс НБУ — 41.2 грн/євро, але банк додає комісію 1.5%.

Скільки грн заплатить підприємець?

Розв'язання:

Курс з комісією: $41.2 \times 1.015 = 41.818$

Загальна сума: $200 \times 41.818 = \mathbf{8363.60 \text{ грн}}$

3. Торговий простір

Магазин має торгову площу 60 м². Один стелаж займає 2.5 м². Скільки стелажів можна розмістити, якщо 20% площі — прохід?

Розв'язання:

Корисна площа: $60 \times 0.8 = 48 \text{ м}^2$

Стелажів: $48 / 2.5 = \mathbf{19 \text{ шт. (максимум)}}$

4. Аналіз попиту

В магазині продали 60 одиниць товару в понеділок, на 20% більше у вівторок, і на 10% менше, ніж у вівторок — у середу.

Скільки товару продали за 3 дні?

Розв'язання:

Вівторок: $60 \times 1.2 = 72$

Середа: $72 \times 0.9 = 64.8 \approx 65$

Разом: $60 + 72 + 65 = \mathbf{197 \text{ одиниць}}$

5. Оптимізація закупівлі

Підприємець може купити 2000 пляшок соку у двох постачальників:

- Перший продає по 22 грн/пляшку і дає 5% знижки за замовлення понад 1500 пляшок.

- Другий — по 21 грн/пляшку, але бере 800 грн за доставку.

У кого вигідніше купити?

Розв'язання:

- Перший: $22 \times 2000 = 44\,000 \text{ грн}$

Знижка: $44\,000 \times 0.05 = 2200 \rightarrow \text{Разом: } \mathbf{41\,800 \text{ грн}}$

- Другий: $21 \times 2000 = 42\,000 + 800 = \mathbf{42\,800 \text{ грн}}$

Перший вигідніше на 1000 грн

6. Подорож із витратами

Підприємець планує маршрут Київ – Львів – Івано-Франківськ – Київ. Відстані:

Київ – Львів: 540 км

Львів – ІФ: 130 км

ІФ – Київ: 610 км

Авто споживає 9 л/100 км, дизель — 59 грн/л.

Загальні витрати на паливо?

Розв'язання:

Загальна відстань: $540 + 130 + 610 = 1280 \text{ км}$

Витрата: $1280 \times 0.09 = 115.2 \text{ л}$

Вартість: $115.2 \times 59 = 6796.8 \text{ грн}$

7. Аналіз витрат і рентабельності

Підприємство витратило 450 000 грн на виробництво. Продає 1200 одиниць продукції по 480 грн.

Чи є прибуток? Яка рентабельність?

Розв'язання:

Дохід: $1200 \times 480 = 576\,000$ грн

Прибуток: $576\,000 - 450\,000 = 126\,000$

Рентабельність: $(126\,000 / 450\,000) \times 100\% \approx 28\%$

8. Упродовж 10 днів магазин продавав таку кількість пакунків кави:

12, 15, 14, 16, 15, 13, 15, 14, 17, 20

1. Знайдіть **середню кількість** проданих пакунків кави за день.
2. Визначте **моду** — найчастіше повторювану кількість.
3. Знайдіть **медіану** цього ряду.

Розв'язання:

1. Середнє арифметичне:

$(12+15+14+16+15+13+15+14+17+20):10=151:10=15,1$

Середнє значення: 15,1 пакунка кави

2. Мода — значення, яке зустрічається найчастіше:

У цьому ряду **15** зустрічається **3 рази**, інші — менше.

Мода: 15

3. Медіана — середнє значення впорядкованого ряду:

Спочатку впорядкуємо числа:

12, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 17, 20

У ряді 10 чисел, медіана = середнє між 5-м і 6-м значеннями:

$(15+15):2=15$

Медіана: 15

9. Інвестиції в складські приміщення та оренда (кейс-вправа для роботи в групах)

Сценарій: Торговельна компанія «ОПТ Плюс» вирішила розширити свої логістичні можливості та інвестувати у будівництво нового складу. Компанія має два варіанти інвестування та планує здавати частину складу в оренду для отримання додаткового доходу.

Дано:

Варіант 1: Будівництво нового складу на власній ділянці.

Початкові інвестиції: 4 000 000 грн

Очікуваний річний приріст вартості нерухомості (за рахунок інфляції та попиту на логістичні площі): 8% річних (складні відсотки).

Варіант 2: Придбання готового складу з подальшою модернізацією.

Початкові інвестиції: 3 500 000 грн

Очікуваний річний приріст вартості нерухомості: 6% річних (складні відсотки).

Додаткові витрати на модернізацію через 2 роки: 500 000 грн

Оренда частини складу:

Компанія планує здавати частину обраного складу в оренду, отримуючи 50 000 грн доходу на місяць.

Орендна плата щорічно індексується на 3% (складні відсотки). Тобто, щороку орендна плата зростає на 3% від суми попереднього року.

Завдання:

1. **Розрахуйте майбутню вартість інвестицій** для Варіанту 1 та Варіанту 2 через 5 років.

2. **Розрахуйте загальний дохід від оренди за 5 років**, якщо компанія починає здавати склад в оренду з першого року.

3. **Визначте, який варіант інвестицій буде більш вигідним через 5 років** з урахуванням початкових інвестицій, додаткових витрат на модернізацію (якщо є) та накопиченого доходу від оренди.

4. **Зробіть висновок** щодо доцільності інвестицій та обґрунтуйте вибір найбільш вигідного варіанту.

Розв'язок:

1. Розрахунок майбутньої вартості інвестицій через 5 років:

Використовуємо формулу складних відсотків для майбутньої вартості: $FV = PV \cdot (1+r)^n$, де FV – майбутня вартість, PV – початкові інвестиції, r – річна відсоткова ставка, n – кількість років.

Варіант 1 (Будівництво нового складу):

- o $PV = 4000000$ грн
- o $r = 0.08$
- o $n = 5$
- o $FV_1 = 4000000 \cdot (1+0,08)^5 = 4000000 \cdot (1,08)^5$
- o $FV_1 = 4000000 \cdot 1,4693280768 \approx 5877312,31$ грн

Варіант 2 (Придбання готового складу):

- o Початкові інвестиції: 3500000 грн.
- o Через 2 роки додається 500000 грн.
- o Спочатку розрахуємо вартість через 2 роки:
 - $FV_{2_2} = 3500000 \cdot (1+0,06)^2 = 3500000 \cdot (1,06)^2 = 3500000 \cdot 1,1236 = 3932600$ грн
- o До цієї суми додаємо модернізацію: $3932600 + 500000 = 4432600$ грн (Ця сума стає новою "базою" для приросту на наступні 3 роки).
- o Тепер розрахуємо вартість цих 4 432 600 грн ще на 3 роки:
 - $FV_2 = 4432600 \cdot (1+0,06)^3 = 4432600 \cdot (1,06)^3$
 - $FV_2 = 4432600 \cdot 1,191016 \approx 5288891,78$ грн

2. Розрахунок загального доходу від оренди за 5 років:

- Початкова місячна орендна плата: 50 000 грн.
- Щорічна індексація: 3% (складні відсотки).

Рік	Місячна оренда на початок року	Річна оренда (Місячна * 12)
1	50 000 грн	$50000 \cdot 12 = 600000$ грн
2	$50000 \cdot (1,03)^1 = 51500$ грн	$51500 \cdot 12 = 618000$ грн
3	$50000 \cdot (1,03)^2 = 53045$ грн	$53045 \cdot 12 = 636540$ грн
4	$53045 \cdot 12 = 636540$ грн	$54636.35 \cdot 12 = 655636.20$ грн
5	$50000 \cdot (1,03)^4 = 56275.4405$ грн	$56275.4405 \cdot 12 = 675305,286$ грн

Загальний дохід від оренди за 5 років:
 $600000 + 618000 + 636540 + 655636,20 + 675305,286 = 3185481,486$ грн

3. Визначення найбільш вигідного варіанту інвестицій через 5 років:

Для порівняння нам потрібно розрахувати «чисту» вартість кожного варіанту через 5 років, враховуючи інвестиції та дохід від оренди.

Варіант 1:

- o Майбутня вартість складу: 5877312,31 грн

- о Дохід від оренди: 3185481,486 грн
- о Загальна вартість Варіанту 1: $5877312,31 + 3185481,486 = 9062793,796$ грн

Варіант 2:

- о Майбутня вартість складу: 5288891,78 грн
- о Дохід від оренди: 3185481,486 грн
- о Загальна вартість Варіанту 2: $5288891,78 + 3185481,486 = 8474373,266$ грн

4. Висновок:

Порівнявши загальну вартість обох варіантів через 5 років:

Варіант 1: $\approx 9062793,80$ грн

Варіант 2: $\approx 8474373,27$ грн

Варіант 1 (будівництво нового складу на власній ділянці) є більш вигідним через 5 років, оскільки його загальна вартість (майбутня вартість активу + накопичений орендний дохід) вища на $\approx 588420,53$ грн ($9062793,80 - 8474373,27$).

Обґрунтування вибору:

- **Вищий приріст вартості активу:** Незважаючи на більші початкові інвестиції, Варіант 1 пропонує вищу річну ставку приросту вартості нерухомості (8% проти 6%), що у довгостроковій перспективі дає значно кращий результат завдяки ефекту складних відсотків.

- **Відсутність додаткових витрат у майбутньому:** На відміну від Варіанту 2, який потребує додаткових значних витрат на модернізацію через 2 роки, Варіант 1 не має таких запланованих інвестицій, що робить його фінансово більш передбачуваним.

- **Стабільний орендний дохід:** Обидва варіанти отримують однаковий орендний дохід, тому він не є вирішальним фактором при виборі між ними, але він суттєво збільшує загальну привабливість обох інвестицій.

Компанії «ОПТ Плюс» рекомендується обрати **будівництво нового складу на власній ділянці**, оскільки це забезпечить більшу економічну вигоду в довгостроковій перспективі, враховуючи як зростання вартості самого активу, так і стабільний додатковий дохід від оренди.

IV. КОРИСНІ ПОСИЛАННЯ

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ РЕСУРСІВ:

1. Економіка та організація виробництва. Самостійна та індивідуальна робота студентів. Навчальний посібник. URL: <https://surl.li/gbdqhp>
2. Знижки і бонуси. Податки. URL: <https://surli.cc/fzhrdz>
3. Інтерактивний курс статистики. URL: <https://www.khanacademy.org/math/statistics>
4. Калькулятор маржі та націнки. URL: <https://surl.li/rfeldp>
5. Книга: Облік у торгівлі (Частина 3). URL: <https://surl.li/flnthw>
6. Конструктор діаграм. URL: https://www.canva.com/uk_ua/grafiky/
7. Контрольні роботи з навчальної дисципліни «СТАТИСТИКА». URL: <https://surl.li/crvily>
8. Логістика. Навчальний посібник. 2013 рік. URL: <https://surl.gd/ucrxqe>
9. ЛОГІСТИКА: ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК. 2010 рік. URL: <https://surl.li/ymotze>
10. Маржинальність: навіщо потрібна і як її порахувати? URL: <https://surli.cc/ifbref>
11. Моделювання та прогнозування маркетингу. опорний конспект лекцій з дисципліни. 2018 рік. URL: <https://surl.li/gsnpbld>
12. Навчальні ресурси з економічної оптимізації. URL: <https://www.khanacademy.org/economics-finance-domain>
13. Оптимізація логістичних рішень Навчальний посібник для студентів спеціальності «Логістика» вищих навчальних закладів України. 2007 рік. URL: <https://surl.li/nfneog>
14. Платформи аналізу ринкових даних. URL: <https://www.marketanalytics.com/>
15. Цифрові технології у логістиці. URL: <https://surli.cc/kanbqv>
16. PhET (економічні моделі). URL: <https://surl.lu/zyvpey>
17. 36 кращих інструментів для візуалізації даних. URL: <https://surli.cc/cenxvq>

V. СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Крамаренко С. С., Підручна Л. П. *Математика для економістів*. — К.: КНЕУ, 2019. — 320 с.
2. Ковальова О. В. *Математика в логістиці: навчальний посібник*. — Харків: ХНАДУ, 2018. — 198 с.
3. Савченко Л. В., Григорак М. Ю. *Економіко-математичні методи в логістиці: навчальний посібник*. — К.: НАУ, 2016. — 284 с.
4. Slater, J., & Ponticelli, R. *Business Mathematics for College Students*. Chicago; Bogotá; Boston: McGraw-Hill, 1997. — 587 p.
5. Романич І.Б. Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці. *Науковий вісник Херсонського національного університету*, 2024. Випуск № 3. URL: <https://surli.cc/ejukud>